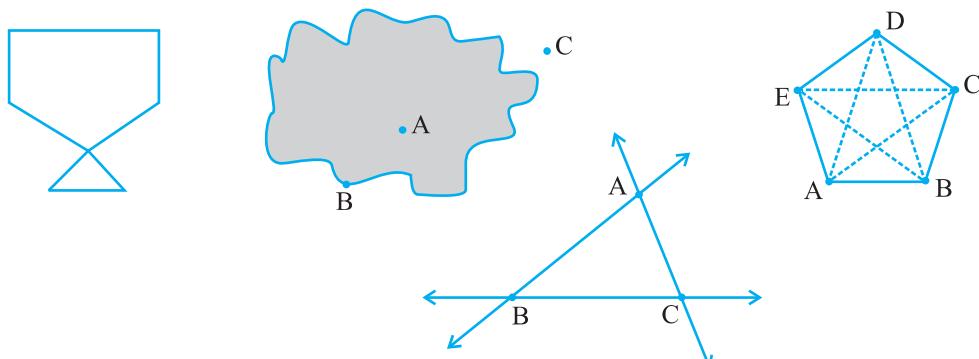


महत्वमापन

प्रकरण 10

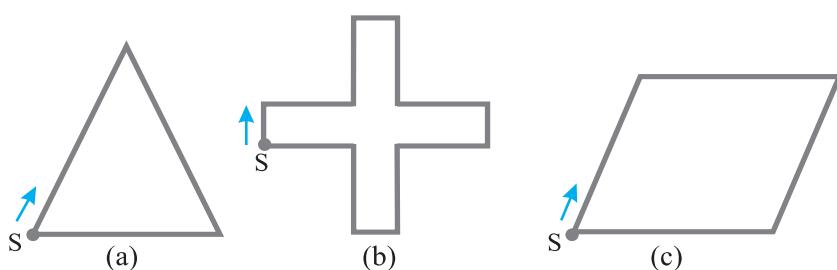
10.1 प्रस्तावना

जेव्हा आपण प्रतलीय आकृत्यांबद्दल, ज्या खाली दिल्या आहेत, बोलतो तेव्हा आपण त्या आकृत्यांच्या क्षेत्र आणि सीमा यांच्याबद्दलही बोलतो. विचार करतो. या आकृत्यांची तुलना करण्यासाठी आपल्याला काही मापांची आवश्यकता असते. आपण अशा काही आकृत्या पाहू.



10.2 परिमिती

खाली दिलेली आकृती 10.1 पहा. तुम्ही या आकृत्या एखादी तार किंवा दोन्याच्या मदतीने बनवू शकता.



आकृति 10.1

जर तुम्ही बिंदू S पासून सुरुवात करून रेषाखंडावरून चालत चालत गेलात तर पुन्हा बिंदू S पाशी पोहोचाल. याप्रकारे तुम्ही आकृतीच्या चारही बाजूंनी किंवा भोवती एक पूर्ण चक्कर मारली आहे. हे अंतर या आकृतींना बनविण्यासाठी लागणाऱ्या तारेच्या लांबीएवढे आहे.

या अंतराला बंद आकृतीची परिमिती असे म्हणतात. वेगळ्या शब्दात आपण असे म्हणू शकतो की, या आकृत्या बनविण्यासाठी लागलेल्या तारेची लांबी ही परिमिती आहे.

आपल्या दैनंदिन जीवनात परिमिती या संकल्पनेचा बराच वापर होतो.

- एक शेतकरी, ज्याला आपल्या शेताच्या चारी बाजूंनी कुंपण लावायचे असते.
- एक अभियंता, ज्याला आपल्या घराभोवती चारी बाजूंनी भिंत बांधायची असते.
- एक व्यक्ती, जिला खेळासाठी एक पथ (track) तयार करायचा असतो.

या सर्व व्यक्ती ‘परिमिती’ या संकल्पनेचा वापर करतात.

जिथे तुम्हाला परिमिती समजण्याची आवश्यकता आहे अशा पाच स्थिरींची उदाहरणे द्या.

म्हणजेच बंद आकृती भोवती तिच्या सीमेवरून एक वेळ जाऊन जे अंतर काढलेले असते, त्याला त्या आकृतीची परिमिती म्हणतात.

प्रयत्न करा

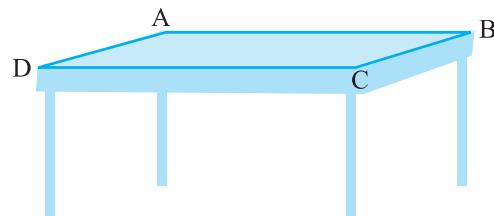
1. आपल्या अभ्यासाच्या टेबलच्या वरील भागाच्या चारही बाजू मोजून लिहा.

$$AB = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

$$BC = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

$$CD = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

$$DA = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$



आता चारही बाजूंच्या लांबीची बेरीज

$$= AB + BC + CD + DA$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

परिमिती किती हे तुम्ही सांगू शकता का ?

2. आपल्या वहीच्या एका पृष्ठाच्या चारी बाजूंची लांबी मोजून लिहा :

$$= AB + BC + CD + DA = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी} + \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} \text{ सेमी}$$

पानाची परिमिती किती आहे ?

3. मीरा 150 मी लांबी आणि 80 मी रुंदी असलेल्या बागेत जाते. ती या बागेत एक पूर्ण फेरी मारते, तर ती किती अंतर काटते?
4. खालील आकृतीच्या परिमिती काढा.

(a)

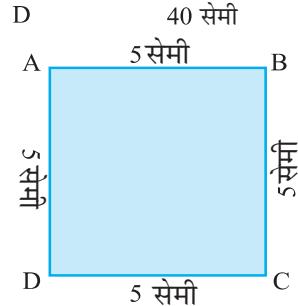


$$\text{परिमिती} = AB + BC + CD + DA$$

$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

(b)

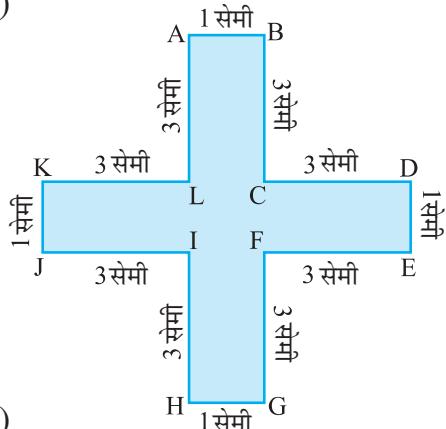


$$\text{परिमिती} = AB + BC + CD + DA$$

$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

(c)



$$\text{परिमिती} = AB + BC + CD + DE + EF$$

$$+ FG + GH + HI + IJ + JK + KL$$

$$+ LA$$

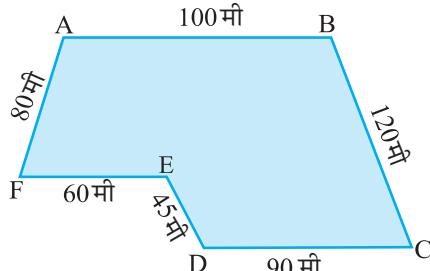
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} +$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} +$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

(d)

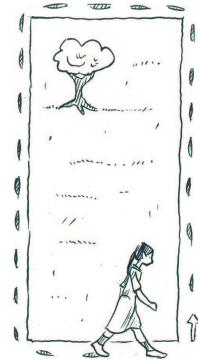


$$\text{परिमिती} = AB + BC + CD + DE + EF$$

$$+ FA$$

$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$



म्हणून, रेषाखंडानी तयार झालेल्या बंद आकृतीची परिमिती तुम्ही कशी काढाल? साधारणपणे, सर्व बाजूंच्या (जे रेषाखंड आहेत) लांबीची बेरीज करून.

10.2.1 आयताची परिमिती

आपण आयत ABCD (आकृती 10.2) चा विचार करू ज्याची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 15 सेमी आणि 9 सेमी आहे. आयताची परिमिती किती होईल?



$$\begin{aligned}
 \text{आयताची परिमिती} &= \text{चारही बाजूंच्या लांबीची बेरीज} \\
 &= AB + BC + CD + DA \\
 &= AB + BC + AB + BC \\
 &= 2 \times AB + 2 \times BC \\
 &= 2 \times (AB + BC) \\
 &= 2 \times (15\text{सेमी} + 9\text{सेमी}) \\
 &= 2 \times (24\text{सेमी}) \\
 &= 48 \text{ सेमी}
 \end{aligned}$$

लक्षात ठेवा आयताच्या
संमुख भुजा समान लांबीच्या
असतात. म्हणून
 $AB = CD$,
 $DA = BC$



म्हणून वर दिलेल्या उदाहरणात आपण पाहिले की
आयताची परिमिती = लांबी + रुंदी + लांबी + रुंदी = 2 (लांबी + रुंदी)

प्रयत्न करा

खालील आयतांच्या परिमिती काढा.

आयताची लांबी	आयताची रुंदी	सर्व बाजूंच्या लांबीची बेरीज करून काढलेली परिमिती	परिमिती सूत्राने
25 सेमी	12 सेमी	$= 25 \text{ सेमी} + 12 \text{ सेमी}$ $+ 25 \text{ सेमी} + 12 \text{ सेमी}$ $= 74 \text{ सेमी}$	$= 2 \times (25 \text{ सेमी} + 12 \text{ सेमी})$ $= 2 \times (37 \text{ सेमी})$ $= 74 \text{ सेमी}$
0.5 मी	0.25 मी		
18 सेमी	15 सेमी		
10.5 सेमी	8.5 सेमी		

अर्थात आयताची परिमिती $= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$

आता ही संकल्पना प्रायोगिक रूपात पाहू.

उदाहरण 1 : शबाना एका आयताकृती टेबलच्या 3 मीटर लांब व 2 मीटर रुंद अशा आच्छादनाला चारी बाजूनी किनार (lace) लावू इच्छिते, तर तिला किती लांबीची किनार लागेल?

उत्तर :

आयताकार टेबलाच्या आच्छादनाची लांबी = 3 मी

आयताकार टेबलाच्या आच्छादनाची रुंदी = 2 मी

शबाना टेबल अच्छादनाच्या चारी बाजूना किनार लावू इच्छिते.

किनारीची लांबी, आयताकार टेबल आच्छादनाच्या

परिमिती एवढी आहे.

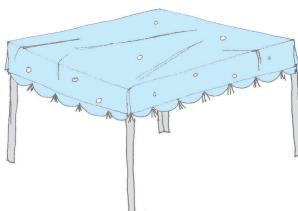
आता आयताकार टेबल आच्छादनाची परिमिती

$$= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$$

$$= 2 \times (3 \text{ मी} + 2 \text{ मी})$$

$$= 2 \times 5 \text{ मी} = 10 \text{ मी}$$

म्हणून आवश्यक किनारीची लांबी = 10 मी.



आकृती 10.3

उदाहरण 2 :

एक धावपटू 50 मी लांब आणि 25 मी रुंदीच्या आयताकार बागेच्या भोवती 10

फेच्या मारतो, तर त्याने काटलेले एकूण अंतर काढा.

उत्तर :

आयताकार बागेची लांबी = 50 मी

आयताकार बागेची रुंदी = 25 मी

धावपटूने 1 फेरीत काटलेले अंतर, बागेच्या परिमितीएवढे आहे.

आता, आयताकार बागेची परिमिती

$$= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$$

$$= 2 \times (50 \text{ मी} + 25 \text{ मी})$$

$$= 2 \times 75 \text{ मी} = 150 \text{ मी}$$

धावपटूने 1 फेरीत काटलेले अंतर 150 मी आहे.

म्हणून 10 फेच्यात काटलेले अंतर = $10 \times 150 \text{ मी} = 1500 \text{ मी}$

म्हणून धावपटूने काटलेले एकूण अंतर = 1500 मी

उदाहरण 3 :

ज्याची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 150 सेमी आणि 1 मी आहे. त्या आयताची

परिमिती काढा.

उत्तर :

आयताची लांबी = 150 सेमी

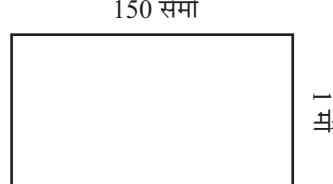
आयताची रुंदी = 1 मी

$$= 100 \text{ सेमी}$$

$$= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$$

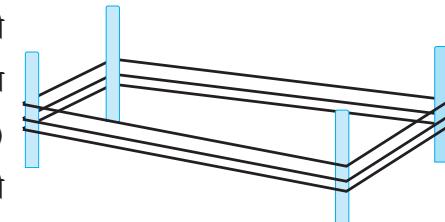
$$= 2 \times (150 \text{ सेमी} + 100 \text{ सेमी})$$

$$= 2 \times (250 \text{ सेमी}) = 500 \text{ सेमी} = 5 \text{ मी}$$



उदाहरण 4

: एका शेतकऱ्याच्या आयताकार शेताची लांबी आणि रुंदी क्रमाने 240 मी आणि 180 मी आहे. आकृती (10.4 मध्ये) दाखविल्याप्रमाणे त्याला शेताच्या चारी बाजूंनी दोरीने 3 पदरी कुंपण करावयाचे आहे, तर त्यासाठी लागणाऱ्या दोराची एकूण लांबी काढा.



आकृती 10.4

उत्तर

: शेतकऱ्याला शेताला 3 पदरी कुंपण घालायचे आहे म्हणून दोराची लांबी शेताच्या परिमितीच्या तिप्पट असायला हवी.

$$\begin{aligned}\text{शेताची परिमिती} &= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी}) \\ &= 2 \times (240 \text{ मी} + 180 \text{ मी}) \\ &= 2 \times 420 \text{ मी} = 840 \text{ मी} \\ \text{एकूण आवश्यक दोरीची लांबी} &= 3 \times 840 \text{ मी} = 2520 \text{ मी}\end{aligned}$$

उदाहरण 5

: 250 मी लांब आणि 175 मी रुंद आयताकार बागेच्या भोवती कुंपण करण्याचा खर्च ₹ 12 प्रति मीटर या दराने काढा.

उत्तर

: कुंपण लावून खर्च काढण्यासाठी आपल्याला बगीच्याच्या परिमितीची आवश्यकता आहे.

$$\begin{aligned}\text{आयताकार बागेची परिमिती} &= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी}) \\ &= 2 \times (250 \text{ मी} + 175 \text{ मी}) \\ &= 2 \times (425 \text{ मी}) = 850 \text{ मी}\end{aligned}$$

बागेभोवती 1 मीटर लांब कुंपण करण्याचा खर्च = ₹ 12

म्हणून बागेभोवती कुंपण लावण्याचा एकूण खर्च

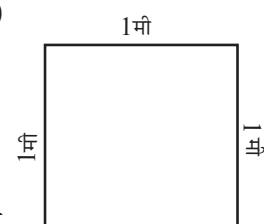
$$= ₹ 12 \times 850 = ₹ 10200$$

10.2.2 सुसम आकृत्यांची परिमिती

हे उदाहरण पाहू : आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे,

विश्वामित्र 1 मी बाजू असलेल्या चौरसाकृती चित्रा भोवती रंगीत पट्टी लावू इच्छितो. त्याला किती लांब रंगीत पट्टी लागेल?

विश्वामित्र चौरसाकृती चित्राच्या भोवती रंगीत पट्टी लावू इच्छितो. म्हणून त्याला त्या चौरसाकृती चित्राची परिमिती काढावी लागेल.



आकृती 10.5

म्हणून आवश्यक पट्टीची लांबी = 1 मी + 1 मी + 1 मी + 1 मी = 4 मी

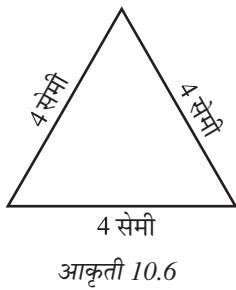
आपल्याला माहीत आहे की चौरसाच्या चारही बाजूंची लांबी समान असते म्हणून त्या लांबीची चार वेळा बेरीज करण्याएवजी आपण चौरसाच्या एका बाजूच्या लांबीला 4 ने गुणून म्हणून आवश्यक पट्टीची लांबी = 4×1 मी = 4 मीटर

या उदाहरणावरून असे दिसेल की

चौरसाची परिमिती = $4 \times$ एका बाजूची लांबी

असेच आणखी चौरस काढून त्यांच्या परिमिती शोधा.

आता आपण 4 सेमी बाजू असलेला एक समभुज त्रिकोण (आकृती 10.6) पाहू. आपण त्याची परिमिती काढू शकतो का ?



$$\begin{aligned} \text{या समभुज त्रिकोणाची परिमिती} &= (4 + 4 + 4) \text{ सेमी} \\ &= 3 \times 4 \text{ सेमी} \\ &= 12 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

याप्रकारे, आपल्याला दिसेल की

समभुज त्रिकोणाची परिमिती = $3 \times$ एका बाजूची लांबी

तुम्ही सांगू शकाल का की एक चौरस आणि एक समभुज त्रिकोण यात काय साम्य आहे. या आकृतींमध्ये प्रत्येक भुजेची लांबी समान आहे. तसेच प्रत्येक कोनाचे माप समान आहे. अशा सर्व आकृतींना, सुसम बंद आकृती (regular closed figures) असे म्हणतात.

म्हणून एक चौरस तसेच समभुज त्रिकोण या सुसम बंद आकृती आहेत.

आपण पाहिले की,

एका चौरसाची परिमिती = $4 \times$ एका बाजूची लांबी

एका समभुज त्रिकोणाची परिमिती = $3 \times$ एका बाजूची लांबी

याप्रमाणे, एका सुसम पंचकोनाची परिमिती किती ?

एका सुसम पंचकोनाची परिमिती = $5 \times$ एका बाजूची लांबी

आणि एका सुसम षट्कोनाची परिमिती _____ होईल.

आणि एका सुसम अष्टकोनाची परिमिती किती असेल ?

प्रयत्न करा

आपल्या भोवतीच्या अशा सुसम आकृत्या असलेल्या वस्तू शोधा आणि त्यांची परिमिती काढा.

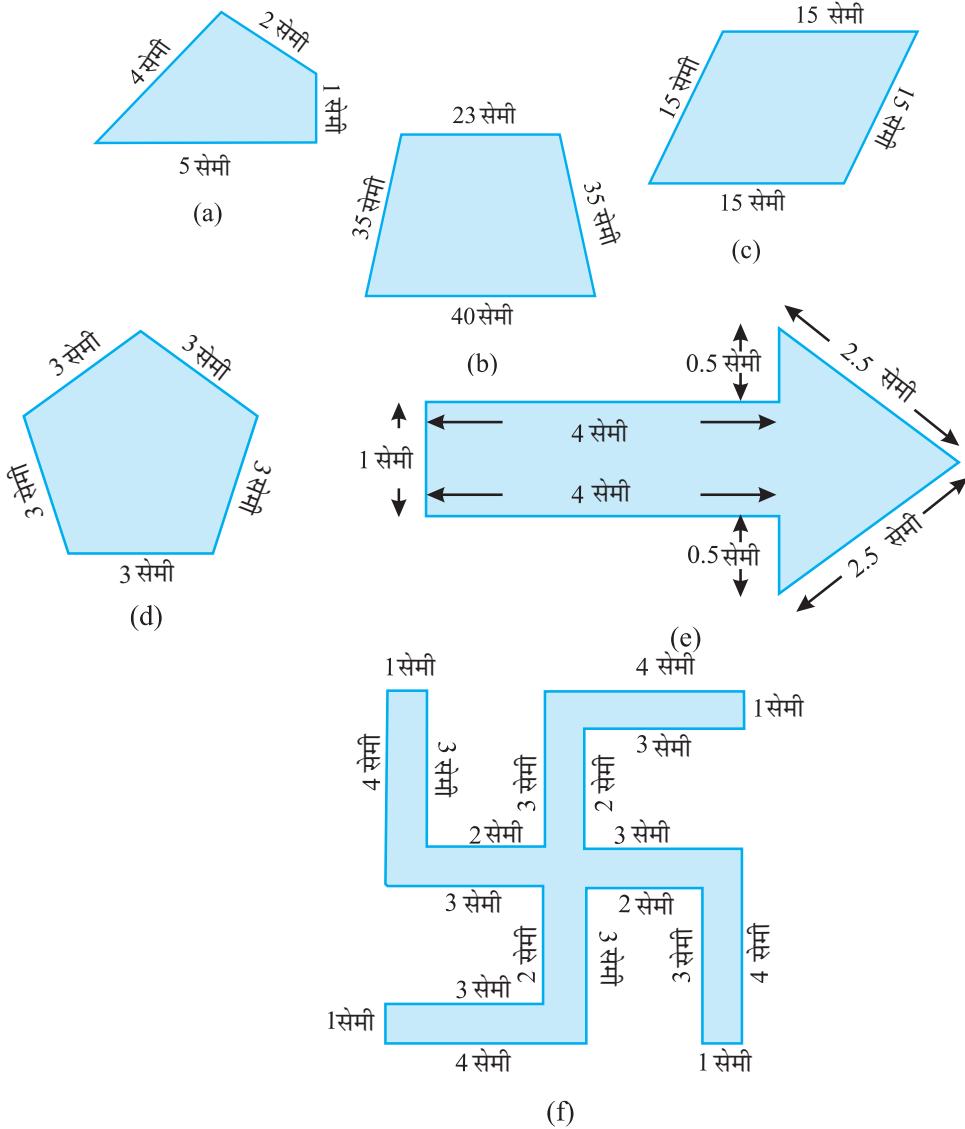


- उदाहरण 6** : शायना 70 मी बाजू असलेल्या चौरसाकृती बागेच्या कडेकडेने 3 फेच्या मारते, तर तिने काटलेले अंतर काढा.
- उत्तर** : चौरसाकृती बागेची परिमिती
 $= 4 \times \text{एका बाजूची लांबी}$
 $= 4 \times 70 \text{ मी} = 280 \text{ मी}$
 एका फेरीत काटलेले अंतर = 280 मी
 $\text{म्हणून, } 3 \times 280 \text{ मी} = 840 \text{ मी}$
- उदाहरण 7** : पिंकी 75 मी बाजू असलेल्या चौरसाकृती मैदानाच्या कडेकडेने फेरी मारते. बॉब 160 मी लांब आणि 105 मी रुंद आयताकार मैदानाच्या कडेकडेने फेरी मारतो, तर दोघांपैकी कोण अधिक अंतर जातो आणि किती?
- उत्तर** : पिंकीने एका फेरीत काटलेले अंतर = चौरसाची परिमिती
 $= 4 \times \text{एका बाजूची लांबी}$
 $= 4 \times 75 \text{ मी} = 300 \text{ मी}$
 बॉबने एक फेरीत काटलेले अंतर = आयताची परिमिती
 $= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$
 $= 2 \times (160 \text{ मी} + 105 \text{ मी})$
 $= 2 \times 265 \text{ मी} = 530 \text{ मी}$
 काटलेल्या अंतरातील फरक = $530 \text{ मी} - 300 \text{ मी} = 230 \text{ मी}$
 $\text{म्हणून बॉब अधिक अंतर जातो आणि ते अंतर } 230 \text{ मी जास्त आहे.}$
- उदाहरण 8** : एका सुसम पंचकोनाची प्रत्येक बाजू 3 सेमी आहे तर परिमिती काढा.
- उत्तर** : या सुसम पंचकोनाला 5 बाजू आहेत प्रत्येक बाजूची लांबी 3 सेमी आहे.
 सुसम पंचकोनाची परिमिती = $5 \times 3 \text{ सेमी} = 15 \text{ सेमी}$
- उदाहरण 9** : एका सुसम षट्कोनाची परिमिती 18 सेमी आहे. त्याच्या एका भुजेची लांबी काढा.
- उत्तर** : परिमिती = 18 सेमी
 सुसम षट्कोनाला 6 भुजा असतात. म्हणून एका भुजेची लांबी काढण्यासाठी आपण परिमितीला 6 ने भागू.
 सुसम षट्कोनाच्या एका भुजेची लांबी = $18 \text{ सेमी} \div 6 = 3 \text{ सेमी}$
 $\text{म्हणून सुसम षट्कोनाच्या प्रत्येक भुजेची लांबी } 3 \text{ सेमी.}$
 आता आपण आत्तापर्यंतच्या ज्ञानावर आधारित काही प्रश्नांची उत्तरे शोधू.



उदाहरणसंग्रह 10.1

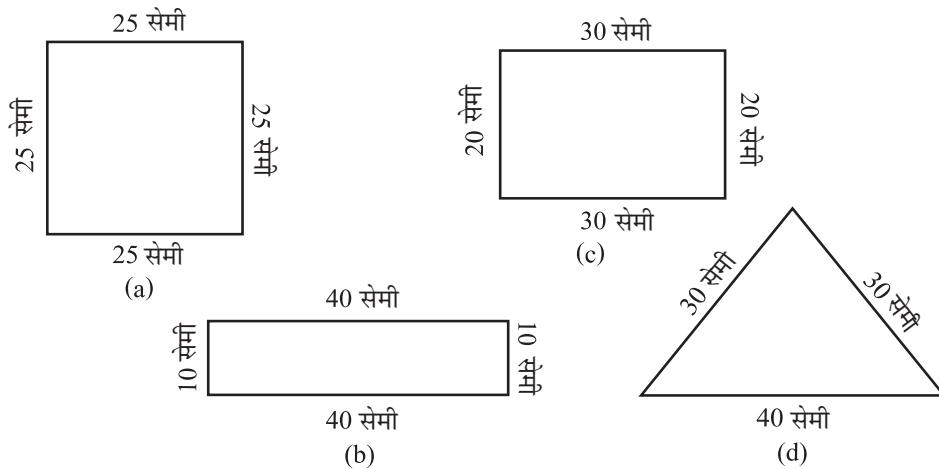
1. खालीलपैकी प्रत्येक आकृतीची परिमिती काढा :



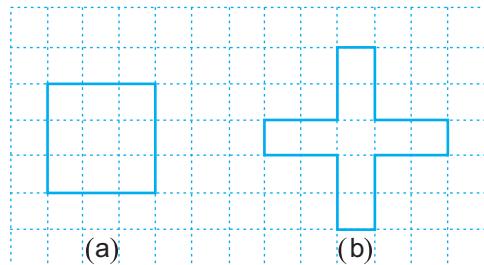
2. 40 सेमी लांब आणि 10 सेमी रुंद अशा आयताकार पेटीच्या झाकणाला चारी बाजूनी एक पट्टी (Tape) लावून बंद केले आहे, तर किती लांब पट्टी लागेल?
3. एका टेबलाच्या पृष्ठभागाची मापे 2 मी 25 सेमी आणि 1 मी 50 सेमी आहे, तर त्याच्या पृष्ठभागाची परिमिती काढा.
4. 32 सेमी लांब आणि 21 सेमी रुंद अशा एका फोटोला लाकडी पट्टीने फ्रेम करायची आहे, तर आवश्यक पट्टीची लांबी काढा.



5. एका आयताकार भूखंडाची लांबी आणि रुंदी क्रमशः 0.7 किमी आणि 0.5 किमी आहे. त्याभोवती तारेचे 4 पदरी कुंपण लावायचे आहे, तर आवश्यक तारेची लांबी काढा.
6. खालील प्रत्येकाची परिमिती काढा.
 - (a) एक त्रिकोण, ज्याच्या बाजू 3 सेमी, 4 सेमी आणि 5 सेमी आहे.
 - (b) एक समभुज, त्रिकोण, ज्याच्या एका बाजूची लांबी 9 सेमी आहे.
 - (c) एक समद्विभुज त्रिकोण ज्याच्या समान बाजू प्रत्येकी 8 सेमी व तिसरी बाजू 6 सेमी आहे.
7. 10 सेमी, 14 सेमी आणि 15 सेमी बाजू असलेल्या त्रिकोणाची परिमिती काढा.
8. प्रत्येक भुजा 8 सेमी मापाची आहे. अशा सुसम षट्कोनाची परिमिती काढा.
9. 20 सेमी परिमिती असलेल्या चौरसाची भुजा काढा.
10. एका सुसम पंचकोनाची परिमिती 100 सेमी आहे, तर प्रत्येक भुजेची लांबी काढा.
11. एका दोन्याच्या तुकड्याची लांबी 30 सेमी आहे. प्रत्येक भुजेची लांबी काढा. जर त्यापासून
 - (a) एक चौरस बनविला
 - (b) एक समभुज त्रिकोण बनविला
 - (c) एक सुसम षट्कोन बनविला.
12. एका त्रिकोणाच्या दोन बाजू 12 सेमी आणि 14 सेमी आहेत. या त्रिकोणाची परिमिती 36 सेमी असल्यास तिसऱ्या बाजूची लांबी काढा.
13. 250 मी बाजू असलेल्या चौरसाकृती बागेच्या भोवती कुंपण करण्याचा खर्च रु. 20 प्रति मीटरप्रमाणे किती येईल ?
14. 175 मी लांबी आणि 125 मी रुंदी असलेल्या आयताकृती बागेभोवती रु. 12 प्रति मी दराने कुंपण करण्यासाठी येणारा खर्च काढा.
15. स्वीटी 75 मी बाजू असलेल्या चौरसाभोवती पळते तर बुलबुल 60 मी लांबी आणि 45 मी रुंदी असलेल्या आयताभोवती पळते, तर कोण कमी अंतर पळते ?
16. खालील प्रत्येक आकृतीची परिमिती काढा. उत्तरावरून काय निष्कर्ष काढाल ?



17. अवनीतने प्रत्येक भुजा $\frac{1}{2}$ मी असलेल्या 9 चौरसाकृती टाईल खरेदी केल्या आणि त्याने ह्या टाईल चौरसाकृती आकारात ठेवल्या.

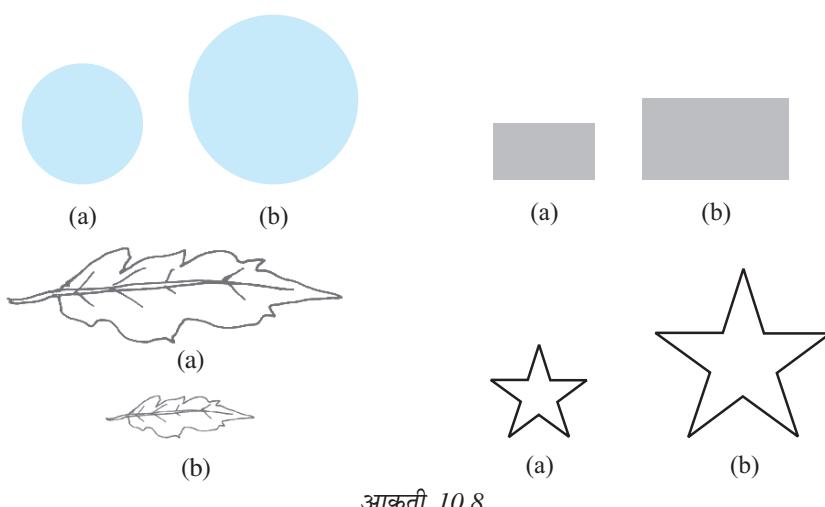


आकृती 10.7

- (a) नव्या चौरसाची परिमिती किती? [(आकृती 10.7 (a))]
- (b) शैरीला अशा पद्धतीने ठेवलेल्या टाईल आवडल्या नाहीत. तिने या टाईलना एका क्रॉसच्या रूपात मांडले, [(आकृती 10.7 (b))] तर त्याची परिमिती किती?
- (c) कोणाची परिमिती जास्त आहे?
- (d) अवनीत विचार करतो आहे, की अशी आणखी काही पद्धती आहे का की ज्यामुळे यापेक्षा जास्त परिमिती मिळेल? तुम्ही अशी काही रचना सुचवू शकाल का? (मात्र टाईलच्या बाजू एकमेकांशी जुळलेल्या असून त्या तुटलेल्या नसाव्यात.)

10.3 क्षेत्रफळ

खाली दिलेल्या बंद आकृत्या पहा (आकृती 10.8). या आकृत्या सपाट पृष्ठावर काही जागा व्यापतात. आपण सांगू शकाल का की यातील कोणती आकृती जास्त क्षेत्र व्यापते.



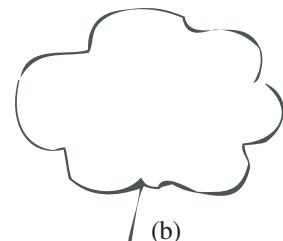
आकृती 10.8

बंद आकृतीने व्यापलेल्या क्षेत्राच्या मापनाला त्याचे क्षेत्रफळ असे म्हणतात. म्हणून तुम्ही सांगू शकाल का की वर दिलेल्या आकृत्यांमध्ये कोणाचे क्षेत्रफळ जास्त आहे?

आता आपण शेजारी दिलेल्या
आकृत्या पाहू (आकृती 10.9). यात
कोणत्या आकृतीचे क्षेत्रफळ जास्त आहे?
या आकृतींना नुसते पाहून ते सांगणे कठीण
आहे. मग तुम्ही काय कराल?



(a)



(b)

आकृती 10.9

त्यांना एका चौरसांकित किंवा आलेख
कागदावर ठेवा, जिथे प्रत्येक चौरसाचे
माप $1 \text{ सेमी} \times 1 \text{ सेमी}$ असेल.

या आकृत्यांची बाहेरील कड रेखाटा. या आकृतीने व्यापलेले चौरस पहा. तुम्हाला दिसेल की
काही चौरसांनी पूर्ण, काहीनी अर्धी, काहीनी अध्यर्पेक्षा कमी तर काहीनी अध्यर्पेक्षा जास्त जागा
व्यापली आहे.

एखाद्या आकृतीने व्यापलेल्या सेमी चौरसांची संख्या हे त्या आकृतीचे क्षेत्रफळ असते.

परंतु इथे एक अडचण आहे. तुम्ही ज्या आकृतीचे क्षेत्रफळ मोजू इच्छिता, ती आकृती पूर्ण चौरस
झाकून टाकू शकत नाही. यासाठी आपण खालीलप्रमाणे संकेत स्वीकारू

- एका पूर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ 1 चौरस एकक घेतो, जर हा चौरस सेमीचा कागद असेल तर एका
पूर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ 1 चौरस सेमी होईल.
- ज्या चौरसांनी अध्यर्पेक्षा कमी भाग व्यापलाय त्यांना मोजू नका.
- ज्या चौरसाने अध्यर्पेक्षा जास्त भाग व्यापलाय अशा चौरसाला आपण एक पूर्ण चौरस म्हणून
मोजणार आहोत.
- जर एखाद्या चौरसाचा नेमका अर्धा भाग व्यापला, तर त्याचे क्षेत्रफळ $\frac{1}{2}$ चौरस एकक घ्या.
या संकेतामुळे इच्छित क्षेत्रफळाचा चांगला अंदाज येऊ शकतो.

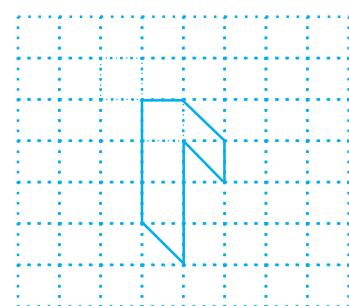
उदाहरण 10 : आकृती 10.10 मध्ये दाखविलेल्या आकृतीचे
क्षेत्रफळ काढा.

उत्तर : हा आकार रेषाखंडांनी मिळून बनला आहे. ही
आकृती पूर्ण किंवा अर्धा चौरसांना व्यापते.
यामुळे आपले काम आणखी सोपे बनले आहे.

(i) पूर्ण व्यापलेल्या चौरसांची संख्या = 3

(ii) अर्धा व्यापलेल्या चौरसांची संख्या = 3

पूर्ण चौरसांनी व्यापलेले क्षेत्रफळ = 3×1 चौ एकक = 3 चौ एकक



आकृती 10.10

अर्ध्या चौरसांनी व्यापलेले क्षेत्रफळ

$$= 3 \times \frac{1}{2} \text{ चौ एकक} = 1\frac{1}{2} \text{ चौ एकक}$$

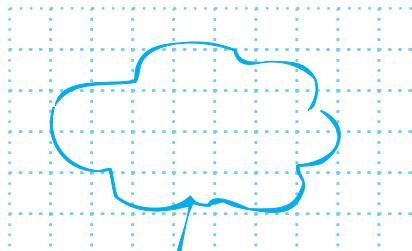
$$\text{म्हणून एकूण क्षेत्रफळ} = 4\frac{1}{2} \text{ चौ एकक}$$

उदाहरण 11 : चौरस मोजून आकृती 10.9 (b) चे अंदाजे क्षेत्रफळ काढा.

उत्तर : आलेख कागदावर या आकृतीची बाहेरील कड रेखाटा.

$$\text{एकूण क्षेत्रफळ} = 11 + 3\frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2} \text{ चौरस एकक}$$

व्यापलेले चौरस	संख्या	अंदाजे क्षेत्रफळ (चौरस एकक)
(i) पूर्ण व्यापलेले चौरस	11	11
(ii) अर्धे व्यापलेले चौरस	3	$3 \times \frac{1}{2}$
(iii) अध्यापिक्षा अधिक व्यापलेले चौरस	7	7
(iv) अध्यापिक्षा कमी व्यापलेले चौरस	5	0

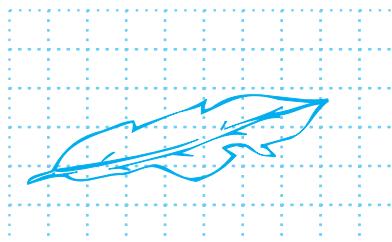


आकृती 10.11

उदाहरण 12 : चौरस मोजून आकृती 10.10(a) चे अंदाजे क्षेत्रफळ काढा.

उत्तर : आलेख कागदावर या आकृतीची बाहेरील कड रेखाटा.

व्यापलेले चौरस	संख्या	अंदाजे क्षेत्रफळ (चौरस एकक)
(i) पूर्ण व्यापलेले चौरस	1	1
(ii) अर्धे व्यापलेले चौरस	—	—
(iii) अध्यापिक्षा अधिक व्यापलेले चौरस	7	7
(iv) अध्यापिक्षा कमी व्यापलेले चौरस	9	0



आकृती 10.12

$$\text{एकूण क्षेत्रफळ} = 1 + 7 = 8 \text{ चौरस एकक}$$

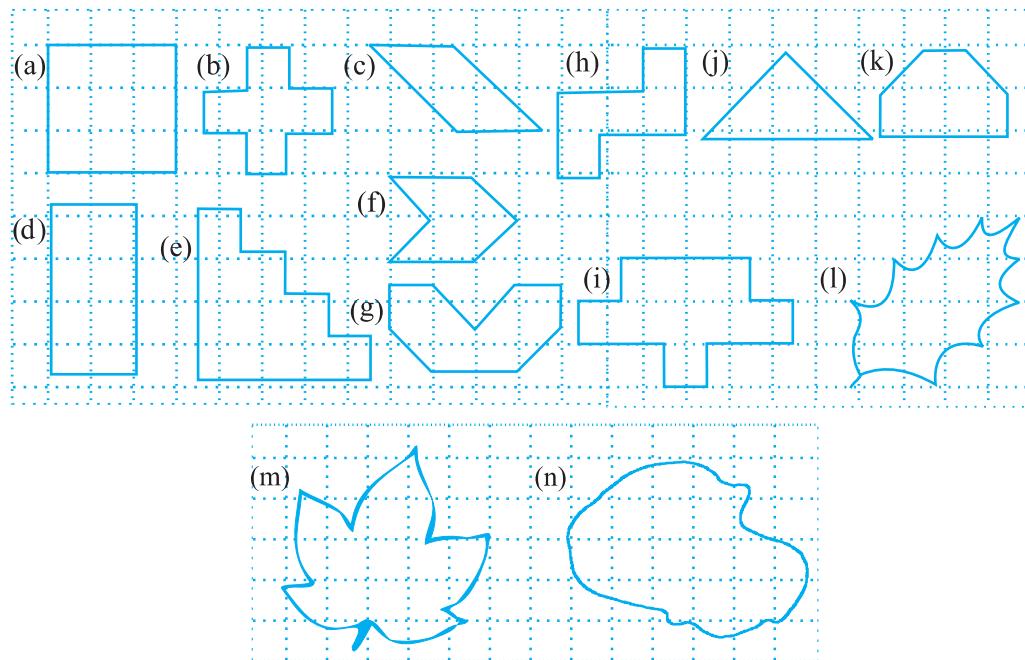
प्रयत्न करा

- एका आलेख कागदावर एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळातील चौरस मोजून वर्तुळाचे अंदाजे क्षेत्रफल काढा.
- आलेख कागदावर पाने, फुलांच्या पाकळ्या तसेच अशाच आणखी काही वस्तू ठेवा त्याची कड काढा व क्षेत्रफल काढा.



उदाहरणसंग्रह 10.2

- खालील आकृत्यांचे क्षेत्रफल चौरस मोजून काढा.

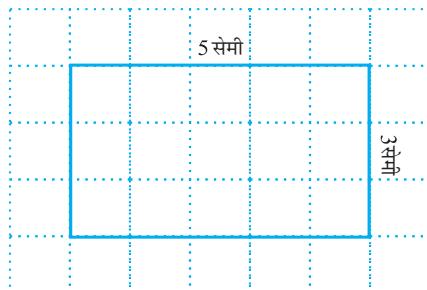


10.3.1 आयताचे क्षेत्रफल

एका चौरसांकित कागदाच्या मदतीने आपण 5 सेमी लांबी आणि 3 सेमी रुंदी असलेल्या आयताचे क्षेत्रफल किती आहे हे सांगू शकू का?

आलेख कागदावर आयत काढा (आकृती 10.13) हा आयत $1 \text{ सेमी} \times 1 \text{ सेमी}$ चौरस असलेल्या 15 चौरसांना पूर्णपणे व्यापतो.

आयताचे क्षेत्रफल = 15 चौरस सेमी, जे आपण (5×3) चौरस सेमी (लांबी \times रुंदी) या रूपातही लिहू शकतो.



आकृती 10.13

काही आयतांच्या बाजूंची मापे दिली आहेत. त्यांना आलेख कागदावर ठेवून चौरसांची संख्या मोजून त्यांचे क्षेत्रफल काढा.

लांबी	रुंदी	क्षेत्रफल
3 सेमी	2 सेमी	-----
5 सेमी	4 सेमी	-----
6 सेमी	5 सेमी	-----

यावरून आपण काय निष्कर्ष काढू?

आपण पाहिले की

आयताचे क्षेत्रफल = (लांबी × रुंदी)

आलेख कागदाशिवाय आपण ज्याची लांबी 6 सेमी व रुंदी 4 सेमी अशा एका आयताचे क्षेत्रफल काढू शकतो का?

हो, हे शक्य आहे.

आयताचे क्षेत्रफल

= लांबी × रुंदी

प्रयत्न करा

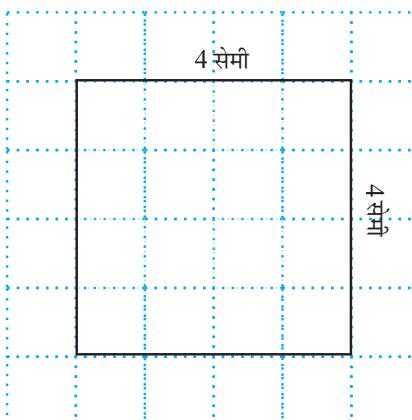
- तुमच्या वर्गाच्या जमिनीचे (floor) क्षेत्रफल काढा.
- तुमच्या घराच्या एका दरवाज्याचे क्षेत्रफल काढा.

$$= 6 \text{ सेमी} \times 4 \text{ सेमी} = 24 \text{ चौरस सेमी}$$

10.3.2 चौरसाचे क्षेत्रफल

आपण आता ज्याच्या बाजूंची लांबी 4 सेमी आहे अशा चौरसाचा विचार करू (आकृती 10.14).

या चौरसाचे क्षेत्रफल किती येर्डल.



आकृती 10.14

जर आपण या चौरसाला सेंटीमीटर आलेख कागदावर ठेवले, तर आपल्याला काय दिसेल ? हा 16 चौरसांना पूर्णपणे व्यापतो.

$$\begin{aligned} \text{म्हणून चौरसाचे क्षेत्रफळ} &= 16 \text{ चौरस सेमी} \\ &= 4 \times 4 \text{ चौरस सेमी} \end{aligned}$$

काही चौरसांच्या एका बाजूची लांबी दिली आहे.
आलेख कागदाच्या मदतीने त्यांची क्षेत्रफळे काढा.

एका बाजूची लांबी	चौरसाचे क्षेत्रफळ
3 सेमी	-----
7 सेमी	-----
5 सेमी	-----

यावरून आपण काय निष्कर्ष काढू शकू ?

आपण पाहिले की प्रत्येक स्थितीत,

$$\text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} = \text{बाजू} \times \text{बाजू}$$

आपण प्रश्न सोडवताना याचा उपयोग सूत्र रूपाने करू शकतो.

उदाहरण 13 : लांबी व रुंदी अनुक्रमे 12 सेमी आणि 4 सेमी असणाऱ्या आयताचे क्षेत्रफळ काढा.

$$\begin{aligned} \text{उत्तर} &: \text{आयताची लांबी} &= 12 \text{ सेमी} \\ &\quad \text{आयताची रुंदी} &= 4 \text{ सेमी} \\ &\quad \text{आयताचे क्षेत्रफळ} &= \text{लांबी} \times \text{रुंदी} \\ &&= 12 \text{ सेमी} \times 4 \text{ सेमी} = 48 \text{ चौरस सेमी} \end{aligned}$$

उदाहरण 14 : ज्याच्या एका बाजूची लांबी 8 मी आहे, अशा एका चौरसाकृती भूखंडाचे क्षेत्रफळ काढा.

$$\begin{aligned} \text{उत्तर} &: \text{चौरसाची बाजू} &= 8 \text{ मी} \\ &\quad \text{चौरसाचे (भूखंडाचे) क्षेत्रफळ} &= \text{बाजू} \times \text{बाजू} \\ &&= 8 \text{ मी} \times 8 \text{ मी} = 64 \text{ चौरस मी} \end{aligned}$$

उदाहरण 15 : एका आयताकृती कार्डबोर्डचे क्षेत्रफळ 36 चौरस सेमी असून त्याची लांबी 9 सेमी आहे, तर कार्डबोर्डची रुंदी काढा.

$$\begin{aligned} \text{उत्तर} &: \text{आयताकार कार्डबोर्डचे क्षेत्रफळ} &= 36 \text{ चौरस सेमी} \\ &\quad \text{लांबी} &= 9 \text{ सेमी} \\ &\quad \text{रुंदी} &= ? \\ &\quad \text{आयताचे क्षेत्रफळ} &= \text{लांबी} \times \text{रुंदी} \end{aligned}$$

$$\text{म्हणून रुंदी} = \frac{\text{क्षेत्रफळ}}{\text{लांबी}} = \frac{36}{9} \text{ सेमी} = 4 \text{ सेमी}$$

म्हणून आयताकार कार्डबोर्डची रुंदी 4 सेमी आहे.

उदाहरण 16 : बॉब 3 मी रुंदी आणि 4 मी लांबी असणाऱ्या खोलीच्या जमिनीवर चौरसाकृती टाईल घालू इच्छितो. जर प्रत्येक चौरसाकृती टाईलची बाजू 0.5 मी असेल, तर जमीन झाकण्यासाठी किती टाईल लागतील?

उत्तर : खोलीत लागणाऱ्या सर्व टाईलचे एकूण क्षेत्रफळ हे जमिनीच्या क्षेत्रफळाएवढे असणार.

$$\text{खोलीची लांबी} = 4 \text{ मी}$$

$$\text{खोलीची रुंदी} = 3 \text{ मी}$$

$$\text{जमिनीचे क्षेत्रफळ} = \text{लांबी} \times \text{रुंदी}$$

$$= 4 \text{ मी} \times 3 \text{ मी}$$

$$= 12 \text{ चौरस मी}$$

$$\text{एका चौरसाकृती टाईलचे क्षेत्रफळ} = \text{बाजू} \times \text{बाजू}$$

$$= 0.5 \text{ मी} \times 0.5 \text{ मी}$$

$$= 0.25 \text{ चौरस मी}$$



$$\text{आवश्यक टाईलची संख्या} = \frac{\text{जमीनीचे क्षेत्रफळ}}{\text{एका टाईलचे क्षेत्रफळ}}$$

$$= \frac{12}{0.25} = \frac{1200}{25} = 48 \text{ टाईल्स}$$

उदाहरण 17 : 1 मी 25 सेमी रुंदी आणि 2 मी लांबी असलेल्या कापडाच्या तुकड्याचे क्षेत्रफळ चौरस मीटरमध्ये काढा.

उत्तर : कापडाची लांबी = 2 मी

$$\text{कापडाची रुंदी} = 1 \text{ मी} 25 \text{ सेमी} = 1 \text{ मी} + 0.25 \text{ मी} = 1.25 \text{ मी}$$

(कारण 25 सेमी = 0.25 मी)

$$\text{कापडाचे क्षेत्रफळ} = \text{कापडाची लांबी} \times \text{कापडाची रुंदी}$$

$$= 2 \text{ मी} \times 1.25 \text{ मी} = 2.50 \text{ चौरस मी}$$



उदाहरणसंग्रह 10.3

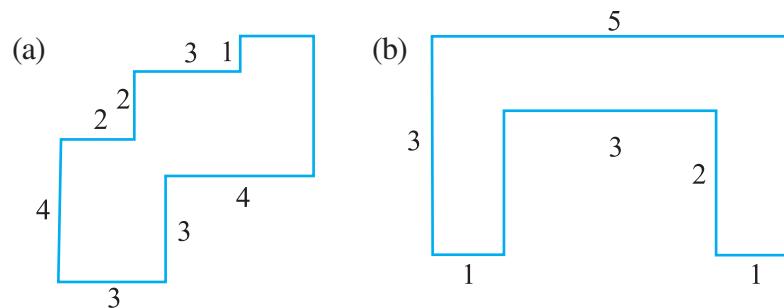
1. खालीलप्रमाणे बाजू असलेल्या आयतांचे क्षेत्रफळ काढा.

- (a) 3 सेमी आणि 4 सेमी (b) 12 मी आणि 21 मी
- (c) 2 किमी आणि 3 किमी (d) 2 मी आणि 70 सेमी

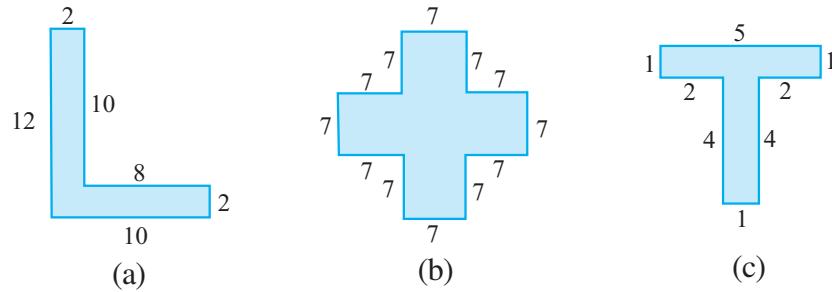
2. खालीलप्रमाणे बाजू असलेल्या चौरसांचे क्षेत्रफळ काढा.

- (a) 10 सेमी (b) 14 सेमी (c) 5 मी

3. तीन आयतांची लांबी व रुंदी खाली दिल्या आहेत.
- (a) 9 मी आणि 6 मी (b) 3 मी आणि 3 मी (c) 4 मी आणि 14 मी
यातील कोणाचे क्षेत्रफळ सर्वात जास्त आहे आणि कोणाचे क्षेत्रफळ सर्वात कमी आहे?
4. 50 मी लांबी असलेल्या आयताकृती बागेचे क्षेत्रफळ 300 चौरस मीटर आहे, तर बागेची रुंदी काढा.
5. 500 मी लांबी तसेच 200 मी रुंदी असलेल्या एका आयताकार भूखंडावर ₹ 8 प्रति 100 चौरस मीटर
या दराने टाईल लावण्यासाठी येणारा खर्च काढा.
6. एका टेबलाच्या वरच्या पृष्ठाचे माप 2 मी $25\text{ सेमी} \times 1\text{ मी } 50\text{ सेमी}$ आहे, तर टेबलाचे क्षेत्रफळ
चौरस मीटरमध्ये काढा.
7. एका खोलीची लांबी 4 मी 25 सेमी आणि रुंदी 3 मी 65 सेमी आहे. खोलीत फरशी झाकण्यासाठी
घालाव्या लागणाऱ्या गालिचाचे क्षेत्रफळ वर्गमीटरमध्ये काढा.
8. एका फरशीची लांबी 5 मी आणि रुंदी 4 मी आहे. 3 मी बाजू असलेला एक चौरसाकृती गालिचा
फरशीवर अंथरला आहे, तर फरशीच्या ज्या भागावर गालिचा नाही त्या भागाचे क्षेत्रफळ काढा.
9. 5 मी लांबी आणि 4 मी रुंदी असणाऱ्या एका आयताकार भूखंडावर फुलांसाठी 1 मी बाजू असलेले
चौरसाकृती 5 वाफे बनविले, तर भूखंडाच्या उरलेल्या भागाचे क्षेत्रफळ काढा.
10. खालील आकृत्या आयतात विभागा आणि क्षेत्रफळ काढा. (बाजूंची मापे सेमीमध्ये दिली
आहेत.)



11. खालील आकृत्या आयतात विभागा आणि क्षेत्रफळ काढा. (बाजूंची मापे सेमीमध्ये दिली आहेत.)



12. एका टाईलचे माप 5 सेमी \times 12 सेमी आहे. एक क्षेत्र पूर्णपणे झाकण्यासाठी अशा किती टाईल लागतील, ज्यांची लांबी आणि रुंदी क्रमशः
- 144 सेमी आणि 100 सेमी
 - 70 सेमी आणि 36 सेमी

आव्हान!

एका सेंटिमीटर चौरसांकित कागदावर, ज्या आयताचे क्षेत्रफळ 16 चौरस सेमी होईल असे शक्य होतील तितके आयत काढा.

(लांबी पूर्ण संख्याच घ्या.)

- कोणत्या आयताची परिमिती सर्वांत जास्त आहे?
- कोणत्या आयताची परिमिती सर्वांत कमी आहे?

जर आपण 24 चौरस सेमी क्षेत्रफळ असलेला आयत घेतलात, तर तुमची उत्तरे काय होतील?

दिलेल्या क्षेत्रफळासाठी जास्तीत जास्त परिमितीचा आयताचा आकार ठरविणे संभवनीय आहे का? सर्वांत कमी परिमितीच्या आयताच्या बाबतीत काय म्हणू शकाल? उदाहरण द्या आणि कारण सांगा.

आपण काय शिकलो?

- बंद आकृतीभोवती तिच्या सीमेवरून एक वेळा जाऊन जे अंतर काटलेले असते, त्याला आकृतीची परिमिती म्हणतात.
- (a) आयताची परिमिती $= 2 \times (\text{लांबी} + \text{रुंदी})$
 (b) चौरसाची परिमिती $= 4 \times \text{बाजूची लांबी}$
 (c) समभुज त्रिकोणाची परिमिती $= 3 \times \text{बाजूची लांबी}$
- सर्व बाजू आणि कोन समान असलेल्या आकृतीना सुसम आकृती म्हणतात.
- बंद आकृतीने व्यापलेल्या पृष्ठाच्या परिमाणाला त्याचे क्षेत्रफळ असे म्हणतात.
- वर्गांकित कागदाचा वापर करून कोणत्याही आकृतीचे क्षेत्रफळ काढताना खालील संकेत वापरतात.
 - ज्या चौरसांचा अध्ययिक्षा कमी भाग आकृतीने व्यापला आहे, त्यांना वगळते.
 - ज्या चौरसांचा अध्ययिक्षा जास्त भाग आकृतीने व्यापला आहे, अशा चौरसांचा आपण एक पूर्ण चौरस धरतो.
 - ज्या चौरसांचा अर्धा भाग आकृतीने व्यापला आहे, अशांचे क्षेत्रफळ चौरस एकक घेतो.
- (a) आयताचे क्षेत्रफळ $= \text{लांबी} \times \text{रुंदी}$
 (b) चौरसाचे क्षेत्रफळ $= \text{बाजू} \times \text{बाजू}$