

# प्रायोगिक भूमिती

## प्रकरण 14

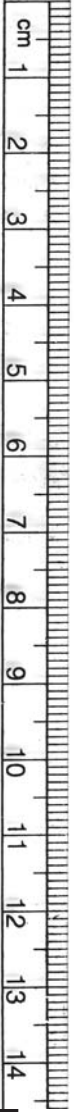
### 14.1 भूमिका

आपण अनेक प्रकारचे आकार पाहतो, त्यापैकी काहींचा आपल्याला परिचय आहे. आपण बरीच चित्रे काढतो. या चित्रात वेगवेगळे आकार असतात. त्यापैकी काही आकारांविषयी आपण मागील प्रकरणात अभ्यास केला आहे. तुम्ही या आकारांची एक यादी बनवा आणि ते कसे दिसतात हे त्याबरोबर दाखवा.

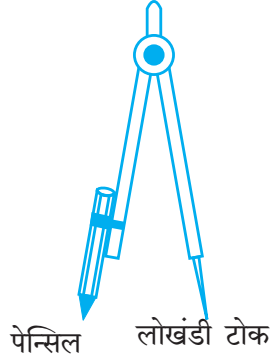
या प्रकरणात, आपण या आकारांच्या आकृत्या काढायला शिकणार आहोत. त्या काढण्यासाठी, आपल्याला साधनां विषयी माहिती जाणून घेणे आवश्यक आहे. चला तर ते पाहूया तसेच त्यांचे नाव आणि उपयोग याची माहिती घेऊया.



अनु.क्र	नाव	आकृती	माहिती	उपयोग
1.	पट्टी अथवा सरळ बाजू		पट्टीवर खरंतर कोणत्याही खुणा नसतात. परंतु तुमच्या भूमिती पेटीतील पट्टीवर कडेला सेंटिमीटरच्या खुणा असतात. (कधी कधी दुसऱ्या कडेला इंचाच्या खुणा असतात.)	रेषाखंड काढणे आणि त्यांची लांबी मोजणे



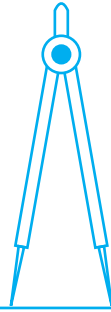
2. कंपास



याला दोन टोके असतात. एक लोखंडी टोक असते आणि दुसऱ्या टोकावर पेन्सिल लावायला जागा असते.

समान लांबी काढण्यासाठी परंतु ते मोजण्यासाठी नाही. कंस आणि वर्तुळ काढण्यासाठी

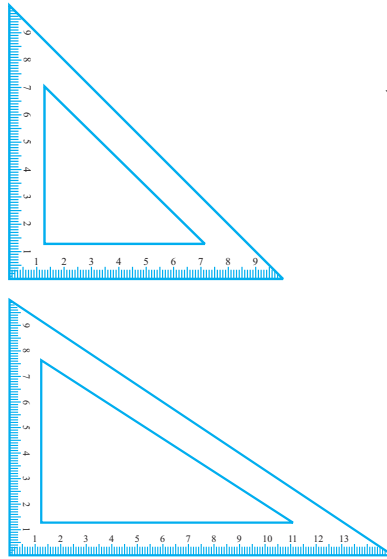
3. कर्कटक



याला दोन लोखंडी टोके असतात.

लांबीची तुलना करण्यासाठी

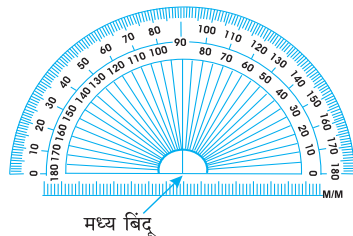
4. गुण्या



दोन त्रिकोणाकृती गुण्ये आहेत. एकात  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  चे कोन तर दुसऱ्यात  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  चे कोन असतात.

लंब रेषा आणि समांतर रेषा काढण्यासाठी

5. कोनमापक



हे एक अर्धवर्तुळाकार साधन आहे. यावर  $180^\circ$  भाग केलेले असतात. याचे मापन उजवीकडून  $0^\circ$  पासून सुरुवात करून डाव्याबाजूस  $180^\circ$  संपते. याप्रमाणेच डाव्याबाजूस  $0^\circ$  ने सुरुवात होऊन उजवीकडे  $180^\circ$  ला संपते.

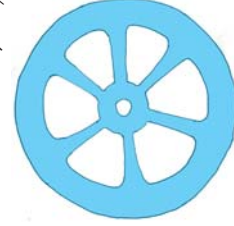
कोन काढणे आणि मोजणे.

आपण पट्टी आणि कंपासच्या रचनांचा विचार करणार आहोत. यामध्ये पट्टीचा (ruler) केवळ रेषा काढणे आणि कंपासचा केवळ कंस काढण्यासाठी उपयोग केला जातो. रचना करताना काळजी घ्या. येथे तुमच्या मदतीसाठी काही उपाय देत आहे.

- रेषा बारीक काढा आणि बिंदू हलक्या हाताने दाखवा.
- तुमच्या साधनांची टोके तीक्ष्ण व कडा पातळ असाव्यात.
- तुमच्या भूमिती पेटीत दोन पेन्सिली ठेवा. एक कंपासला लावण्यासाठी आणि दुसरी रेषा किंवा वक्र आणि बिंदू काढण्यासाठी असावी.

## 14.2 वर्तुळ

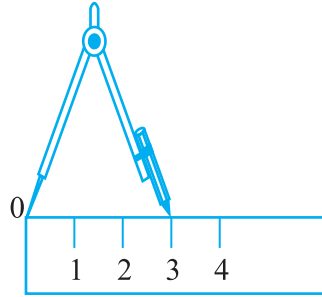
शेजारी दाखविलेले चक्र पहा. त्याच्या परिसीमेवरील (Boundary) प्रत्येक बिंदू त्याच्या केंद्रापासून समान अंतरावर आहे. तुम्ही अजून अशा काही वस्तू सांगू शकाल का? आणि त्यांना काढू शकाल का? अशा पाच वस्तूंचा विचार करा की ज्यांचा आकार असा आहे.



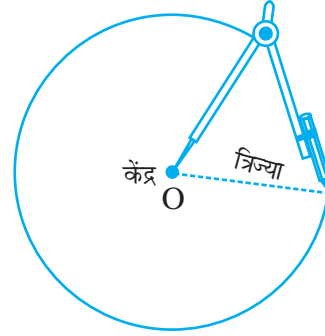
### 14.2.1 त्रिज्या दिली असता वर्तुळ काढणे

समजा आपल्याला 3 सेमी त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढायचे आहे. आपल्याला कंपासचा उपयोग करण्याची आवश्यकता आहे. हे पुढील पायऱ्यांमध्ये दिले आहे.

**पायरी 1** कंपासमध्ये 3 सेमी त्रिज्या घेण्यासाठी अंतर घ्या.



**पायरी 2** जेथे वर्तुळाचे केंद्र घ्यायचे आहे. तेथे



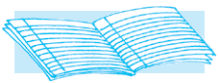
टोकदार पेन्सिलने खूण करा. (बिंदू घ्या.) त्याला O नाव द्या.

**पायरी 3** कंपासचे लोखंडी टोक O वर ठेवा.

**पायरी 4** वर्तुळ काढण्यासाठी हळूहळू कंपास फिरवा. लक्षात ठेवा की कंपास एकदाच फिरला पाहिजे.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.

केंद्र O आणि एक बिंदू समजा P असेल तर P मधून वर्तुळ काढता येईल का ?



### उदाहरणसंग्रह 14.1

- 3.2 सेमी त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा.
- एकच केंद्र O घेऊन 4 सेमी आणि 2.5 सेमी त्रिज्या असलेली दोन वर्तुळे काढा.

3. एक वर्तुळ आणि त्याचे दोन व्यास काढा. जर तुम्ही या व्यासांची टोके जोडली, तर कोणती आकृती तयार होईल? जर व्यास परस्परांना लंब असतील, तर कोणती आकृती मिळेल? तुम्ही तुमचे उत्तर कसे पडताळून पहाल?
4. एक वर्तुळ काढा आणि त्यावर बिंदू A, B आणि C असे घ्या की,
  - (a) A वर्तुळावर आहे.
  - (b) B वर्तुळाच्या आंतरभागात आहे.
  - (c) C वर्तुळाच्या बाह्यभागात आहे.
5. समजा A आणि B ही समान त्रिज्या असलेल्या वर्तुळांची केंद्रे आहेत. वर्तुळे अशी काढा की, एक वर्तुळ दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रातून जाईल. ती एकमेकांना C आणि D मध्ये छेदतील.  $\overline{AB}$  आणि  $\overline{CD}$  एकमेकांशी काटकोनात आहे का ? पडताळा घ्या.

### 14.3 रेषाखंड

तुम्हाला आठवत असेल की रेषाखंड हा दोन अंत्य बिंदूंनी बध्द असतो. म्हणूनच आपण त्याची लांबी पट्टीने मोजू शकतो. जर आपल्याला एखाद्या रेषाखंडाची लांबी माहित असेल तर, तो आकृतीच्या मदतीने काढून दाखविणे शक्य असते. चला तर कसे दाखवायचे ते पाहू.

#### 14.3.1 दिलेल्या लांबीच्या रेषाखंडाची रचना करणे.

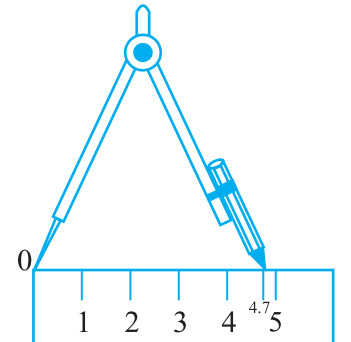
समजा, आपल्याला 4.7 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढण्याची रचना करायची आहे. पट्टीच्या मदतीने 4.7 सेमी अंतरावर बिंदू A आणि B असे दोन बिंदू काढले. A आणि B जोडले असता आपल्याला रेषाखंड  $\overline{AB}$  मिळतो. बिंदू A आणि B काढताना, आपण खाली सरळ पट्टीकडे बघायला पाहिजे. नाहीतर आपल्याला रेषाखंड अचूकपणे काढता येणार नाही.

#### पट्टी आणि कंपासचा उपयोग

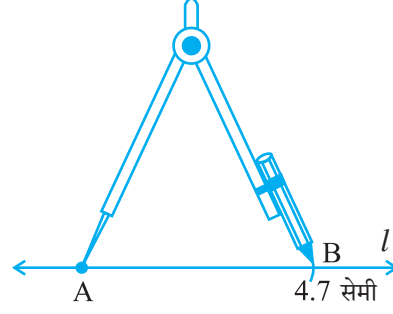
दिलेल्या लांबीवर रेषाखंड काढण्यासाठी कंपासचा उपयोग करणे, ही सर्वात चांगली पध्दत आहे.

**पायरी 1** रेषा l काढा आणि त्यावर एक बिंदू A घ्या.

**पायरी 2** कंपासचे लोखंडी टोक पट्टीच्या शून्यावर ठेवा. कंपासचे पेन्सिल लावलेले टोक 4.7 सेमी खुणेवर येईल अशरीतीने कंपास उघडा.



**पायरी 3** कंपासमधील अंतर बदलणार नाही याची दक्षता घेऊन, कंपासचे लोखंडी टोक बिंदू A वर ठेवा आणि रेषा  $l$  ला B पाशी छेदणारा एक कंस काढा.



**पायरी 4**  $\overline{AB}$  हा रेषाखंड 4.7 सेमी लांबीचा इष्ट रेषाखंड आहे.



### उदाहरणसंग्रह 14.2

1. पट्टीचा उपयोग करून 7.3 सेमी लांबीचा एक रेषाखंड काढा.
2. पट्टी आणि कंपासचा उपयोग करून 5.6 सेमी लांबीचा एक रेषाखंड काढा.
3. 7.8 सेमी लांबीचा रेषाखंड  $\overline{AB}$  काढा. त्यातून  $\overline{AC}$  असा बाजूला काढा, की ज्याची लांबी 4.7 सेमी असेल  $\overline{BC}$  मोजा.
4. 3.9 सेमी लांबीचा एक रेषाखंड  $\overline{AB}$  दिला आहे. रेषाखंड  $\overline{PQ}$  असा काढा की, जो रेषाखंड  $\overline{AB}$  च्या दुप्पट आहे. प्रत्यक्ष मोजून रचनेची खात्री करा.



(संकेत  $\overline{PX}$  असा काढा की,  $\overline{PX}$  लांबी =  $\overline{AB}$  ची लांबी; आता  $\overline{XQ}$  असा बाजूला काढा की  $\overline{XQ}$  ची लांबी  $\overline{AB}$  च्या लांबी बरोबर आहे.)

5. 7.3 सेमी लांबीचा रेषाखंड  $\overline{AB}$  आणि 3.4 सेमी लांबीचा रेषाखंड  $\overline{CD}$  दिलेला आहे. एक रेषाखंड  $\overline{XY}$  असा काढा की ज्याची लांबी  $\overline{AB}$  आणि  $\overline{CD}$  च्या लांबीच्या वजाबाकी इतकी असेल.



### 14.3.2 दिलेल्या रेषाखंडाएवढा रेषाखंड काढणे.

समजा, तुम्हाला असा रेषाखंड काढायचा आहे की ज्याची लांबी दिलेल्या रेषाखंड  $\overline{AB}$  एवढी असेल.

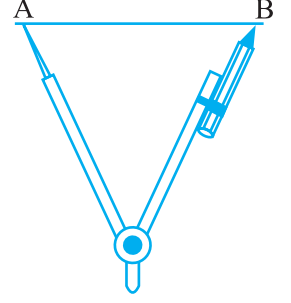
पटकन सोपा आणि सरळ मार्ग म्हणजे तुम्ही पट्टी घ्याल, (जिच्यावर सेंटिमीटर आणि मिलिमीटरच्या खुणा असतील) पट्टीने  $\overline{AB}$  मोजता येईल आणि ती लांबी घेऊन रेषाखंड  $\overline{CD}$  काढाल. दुसरी पद्धत अशी असेल की, पारदर्शक कागदाचा उपयोग करून  $\overline{AB}$  ला कागदाच्या दुसऱ्या कोणत्याही भागात आखून घेता येईल. परंतु या पद्धती नेहमी परिणामकारक ठरू शकत नाहीत.

एक आणखी चांगली पद्धती म्हणजे, पट्टी आणि कंपासचा उपयोग रचना करण्यासाठी करणे. ही रचना  $\overline{AB}$  साठी पुढीलप्रमाणे करता येते.

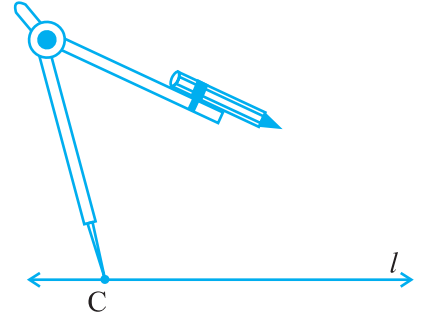
**पायरी 1** रेषाखंड  $\overline{AB}$  दिला आहे, ज्याची लांबी माहीत नाही.



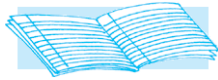
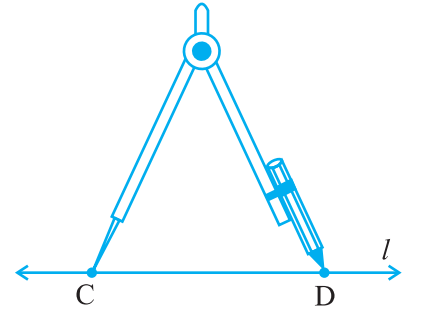
**पायरी 2** कंपासचे लोखंडी टोक A वर ठेवा आणि पेन्सिलचे टोक B वर ठेवा कंपासच्या टोकांमधील अंतर  $\overline{AB}$  ची लांबी दर्शविते.



**पायरी 3** कोणतीही रेषा  $l$  काढा. वर कोणताही C बिंदू घ्या. कंपासमधील अंतर न बदलता, त्याचे लोखंडी टोक C वर ठेवा.



**पायरी 4** एक कंस काढा, की जो रेषा  $l$  ला D मध्ये छेदतो. आता  $\overline{CD}$  हा  $\overline{AB}$  च्या लांबीएवढा असलेला रेषाखंड आहे.

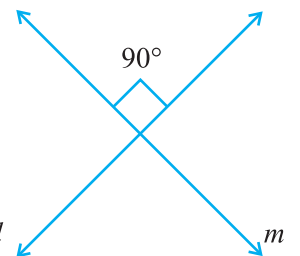


### उदाहरणसंग्रह 14.3

- कोणताही रेषाखंड  $\overline{PQ}$  न मोजता काढा,  $\overline{PQ}$  एवढा रेषाखंड काढण्याची रचना करा.
- रेषाखंड  $\overline{AB}$  दिलेला आहे, ज्याची लांबी माहीत नाही. रेषाखंड  $\overline{PQ}$  असा काढा की, ज्याची लांबी  $\overline{AB}$  च्या लांबीच्या दुप्पट आहे.

### 14.4 लंबरेषा

तुम्हाला हे माहीत आहे की, दोन रेषा (किरण किंवा रेषाखंड) परस्परांना लंब आहेत असे म्हणतात, जेव्हा त्या एकमेकांना अशा छेदतात की, त्यांच्यामधील कोन हा काटकोन असतो. शेजारील आकृतीमध्ये,  $l$  आणि  $m$  परस्परांना लंब आहेत. एका फुलस्केप (foolscap) कागदावरील  $l$



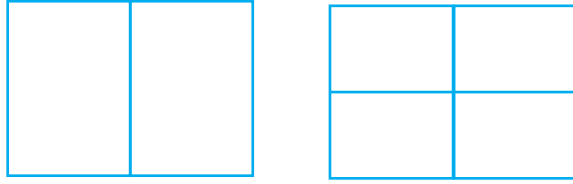
किंवा तुमच्या वहीचे कोपरे दोन रेषा परस्परांशी काटकोन करतात हे दर्शवितात.



### हे करा

तुम्ही तुमच्या आजूबाजूला आणखी कोठे लंब रेषा पाहता ?

एक आयताकृती कागद घ्या आणि तो मध्यभागी दुमडा त्यामुळे कागदावर घडी (crease) पडेल. हाच कागद दुसऱ्या बाजूवर मध्यभागी दुमडा. घडी पडेल. कागद उघडा दोन्ही दुमडलेल्या घड्या एकमेकांना लंब आहेत.

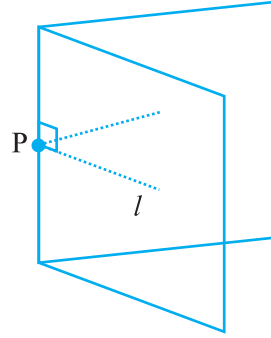


#### 14.4.1 दिलेल्या रेषेवरील बिंदूतून लंब काढणे.

कागदावर रेषा  $l$  काढलेली आहे. त्यावर  $P$  बिंदू आहे. रेषा  $l$  वर  $P$  मधून जाणारा लंब काढणे सोपे आहे.

आपण कागदाला अशी दुमड घालू की, घडीच्या दोन्ही बाजूस असलेल्या रेषा एकमेकांवर येतील.

हे करण्यासाठी ट्रेसिंग कागद किंवा कोणताही पारदर्शक कागद चालू शकेल. असा कागद घेऊन त्यावर कोणतीही रेषा  $l$  काढा. आता  $l$  वर  $P$  बिंदू घ्या.



आता कागद असे दुमडा की,  $l$  स्वतःवरच परावर्तित होईल. अर्थातच  $l$  वर घडी पडेल. घडी अशी जुळवा की, ती  $P$  मधून जाईल. कागद उघडा. घडीची खूण  $P$  मधून जाऊन रेषा  $l$  ला लंब आहे.

**विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.**

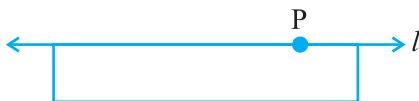
तुम्ही याची खात्री कशी कराल की ही रेषा  $l$  ला लंब आहे? लक्षात ठेवा की, तो  $P$  मधून जातो.

**एक कसोटी :** पट्टी आणि गुण्याच्या मदतीने लंब काढणे. (एक ऐच्छिक क्रिया) :

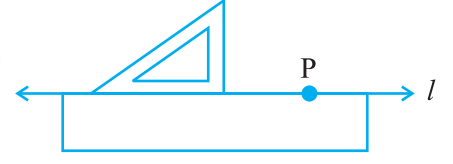
**पायरी 1** एक रेषा  $l$  आणि एक बिंदू  $P$  दिलेला आहे. लक्षात ठेवा,  $P$  रेषा  $l$  वर आहे.



**पायरी 2** पट्टीची एक कड रेषा  $l$  शी जुळवा आणि पट्टी घट्ट पकडा.



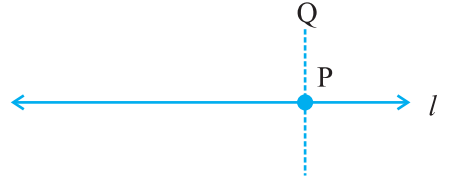
**पायरी 3** एक गुण्या रेषा  $l$  पाशी असा धरा की, काटकोन करणारी त्याची बाजू रेषा  $l$  जवळ जेथे पट्टी धरली आहे तेथे जुळेल. तसेच गुण्याचा काटकोन करणारा कोन देखील पट्टीशी जुळेल.



**पायरी 4** गुण्या पट्टीबरोबर असा सरकवा की जोपर्यंत त्याचा काटकोन करणारा कोन बिंदू  $P$  वर येत येईल.



**पायरी 5** याच स्थितीत, गुण्या घट्ट पकडून ठेवा. गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या दुसऱ्या बाजूने  $\overline{PQ}$  काढा.  $\overline{PQ}$  रेषा  $l$  ला लंब आहे. (हे दर्शविण्यासाठी तुम्ही या चिन्हाचा उपयोग कसा कराल?)



बिंदू  $P$  पाशी झालेल्या कोनाचे मापन करून, या रचनेची खात्री करा. ही रचना करण्यासाठी पट्टीच्या जागी दुसऱ्या गुण्याचा उपयोग करता येईल का? (याविषयी विचार करा.)

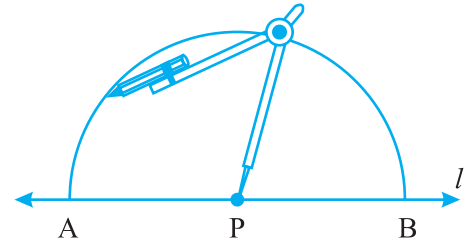
### पट्टी आणि कंपास पद्धत

भूमितीमध्ये लंब काढण्यासाठी जी पद्धत योग्य मानली जाते ती म्हणजे पट्टी आणि कंपास पद्धत याची रचना खाली दिली आहे.

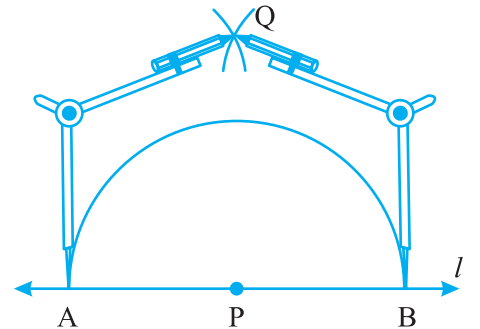
**पायरी 1** रेषा  $l$  वर बिंदू  $P$  दिलेला आहे.



**पायरी 2**  $P$  केंद्र मानून आणि योग्य त्रिज्या घेऊन असा कंस काढा की जो रेषा  $l$  ला बिंदू  $A$  आणि  $B$  मध्ये छेदतो.

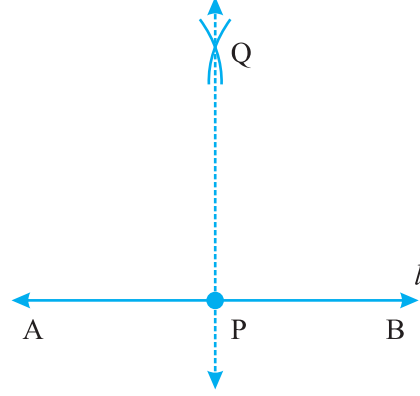


**पायरी 3**  $A$  आणि  $B$  ला केंद्र मानून आणि  $AP$  पेक्षा जास्त त्रिज्या घेऊन दोन कंस असे काढा की, जे परस्परांना  $Q$  मध्ये छेदतील.





**पायरी 4**  $PQ$  जोडा  $\overline{PQ}$  हा  $l$  वर लंब आहे. आपण हे  $\overline{PQ} \perp l$  असे लिहितो.



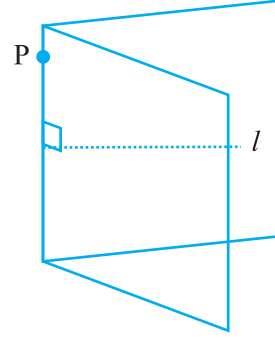
#### 14.4.2 रेषेबाहेरील बिंदूतून रेषेवर लंब काढणे.

**हे करा** 

(कागद दुमडणे)

जर आपल्याला एक रेषा  $l$  दिलेली आहे आणि  $P$  हा असा एक बिंदू दिला आहे की, जो रेषा  $l$  वर नाही.  $P$  मधून रेषा  $l$  वर लंब काढण्यासाठी आपण कागद दुमडण्याची जी साधी कृती केली ती पुन्हा करू शकतो.

एक कागद घ्या. (पारदर्शक असेल तर चांगले) त्यावर रेषा  $l$  काढा. आणि बिंदू  $P$  असा घ्या की जो रेषा  $l$  वर नाही. कागद असा दुमडा की, घडीची खूण  $P$  मधून जाईल तसेच रेषा  $l$  चा एक भाग तिच्या दुसऱ्या भागावर पडेल. कागद उघडा घडीची खूण  $l$  वर लंब आहे आणि तो  $P$  मधून जातो.

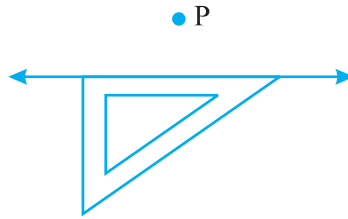


**पट्टी आणि गुण्या पद्धत** (एक ऐच्छिक कृती)

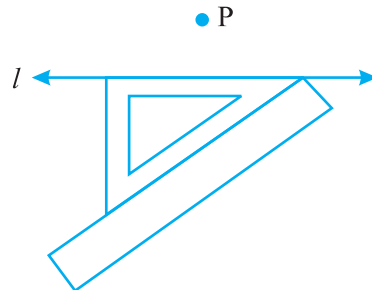
**पायरी 1** समजा  $l$  ही एक रेषा आहे आणि  $P$  तिच्या बाहेरील बिंदू आहे.



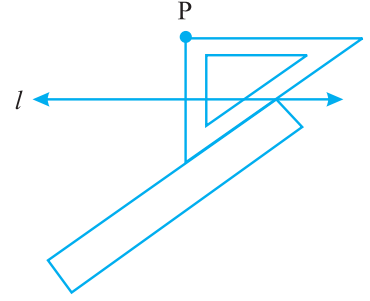
**पायरी 2** एक गुण्या  $l$  वर असा धरा की, त्याची काटकोन करणारी बाजू  $l$  शी जुळेल.



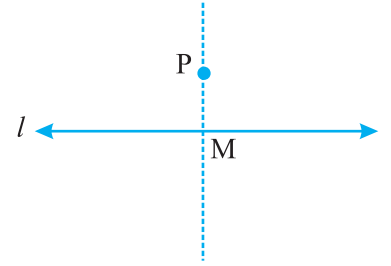
**पायरी 3** गुण्याच्या काटकोनासमोरील बाजूवर एक पट्टी धरा.



**पायरी 4** पट्टी घट्ट धरा आणि गुण्या पट्टीला लागून असा सरकवा की बिंदू P गुणाच्या काटकोन करणाऱ्या दुसऱ्या बाजूला स्पर्श करेल.



**पायरी 5** गुण्याच्या या बाजूला P तून जाणारी रेषा काढा, जी रेषा l ला M बिंदूत छेदते. आता रेख  $\overline{PM} \perp l$ .



**पट्टी आणि कंपासचा उपयोग करून**

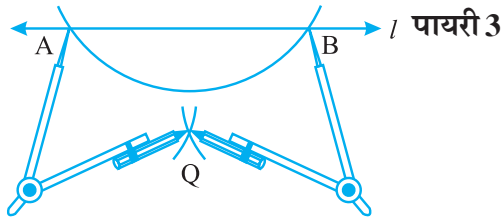
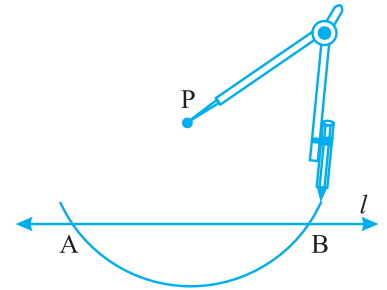
निश्चितच पट्टी आणि कंपासचा उपयोग करण्याची पद्धत सोपी व अचूक आहे.

P

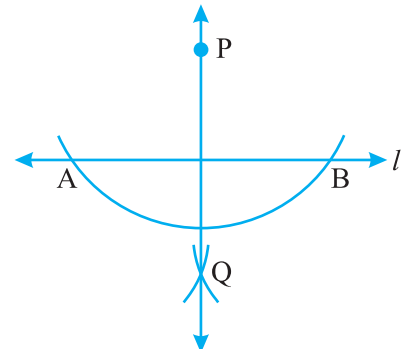
**पायरी 1** रेषा l आणि बिंदू P दिला आहे. परंतू बिंदू P रेषा l वर नाही.



**पायरी 2** P ला केंद्र मानून आणि योग्य ती त्रिज्या घेऊन एक चाप असा काढा की जो रेषा l ला A आणि B या दोन बिंदूत छेदेल.



**पायरी 3** समान त्रिज्या घेऊन A आणि B ला केंद्र मानून दोन चाप काढा जे एकमेकांना बिंदू P च्या दुसऱ्या बाजूस Q मध्ये छेदतील.



**पायरी 4** PQ जोडा हाच  $\overline{PQ}$  हा रेषा l चा लंब आहे.



### उदाहरणसंग्रह 14.4

1. रेषाखंड  $\overline{AB}$  काढा. त्यावर कोणताही बिंदू  $M$  घ्या.  $M$  मधून  $\overline{AB}$  वर पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने एक लंब काढा.
2. रेषाखंड  $\overline{PQ}$  काढा.  $R$  हा असा बिंदू घ्या की जो  $\overline{PQ}$  वर नाही.  $R$  पासून  $\overline{PQ}$  वर एक लंब काढा. (पट्टी आणि गुण्याचा उपयोग करा.)
3. एक रेषा  $l$  काढा आणि त्यावरील एका बिंदू  $X$  मधून, रेषा  $l$  ला  $\overline{XY}$  हा लंब रेषाखंड काढा. आता  $Y$  मधून  $\overline{XY}$  वर एक लंब पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने काढा.

#### 14.4.3 रेषाखंडाचा लंबदुभाजक

##### हे करा

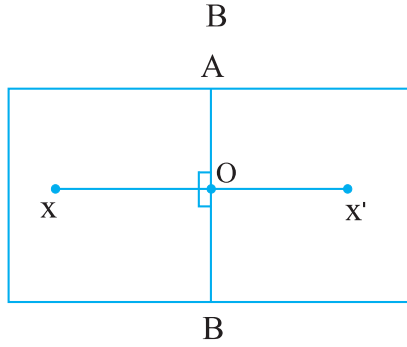
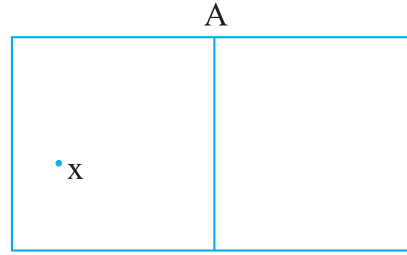


एका कागदाला घडी घाला. समजा घडी म्हणजे  $\overline{AB}$  आहे.

कोठेही शाईचा एक ठिपका  $X$  द्या.  $\overline{AB}$  ही आरशाची कडा मानली तर  $X$  ची  $X'$  ही प्रतिमा शोधा.

समजा  $\overline{AB}$  आणि  $\overline{XX'}$  परस्परांना  $O$  मध्ये छेदतात तर  $OX = OX'$  आहे का? असल्यास का ?

याचा अर्थ असा आहे की,  $\overline{AB}$  रेषाखंड  $\overline{XX'}$  चे दोन समान लांबीत विभाजन करतो. अर्थात  $\overline{AB}$  रेषाखंड  $\overline{XX'}$  चा लंबदुभाजक आहे. हे पण लक्षात घ्या की,  $\angle AOX$  आणि  $\angle BOX$  काटकोन आहेत. (का बरं?) म्हणून रेख  $\overline{AB}$  रेषाखंड  $\overline{XX'}$  चा लंबदुभाजक आहे. आकृतीत आपण  $\overline{AB}$  चा केवळ एक भाग पाहू शकतो. दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा लंबदुभाजक हा त्याचा सममिती अक्ष सुद्धा आहे का? (line of symmetry)



##### हे करा



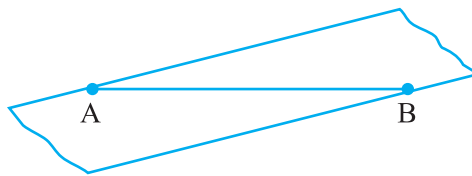
#### (पारदर्शक पट्टी)

पायरी 1 एक रेषाखंड  $\overline{AB}$  काढा.

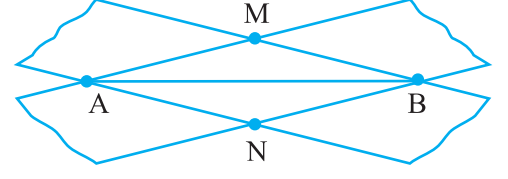


पायरी 2 शेजारील आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे

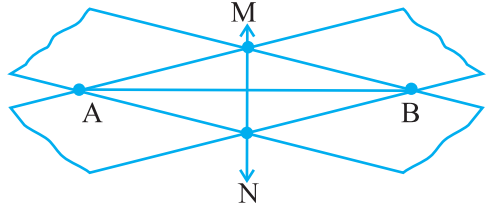
आयताकार पारदर्शक पट्टी  $\overline{AB}$  वर कर्ण रेषेच्या दिशेने अशी ठेवा की त्याच्या कडा बिंदू  $A$  आणि  $B$  वर राहतील.



**पायरी 3** हीच क्रिया दुसरी पट्टी घेऊन अशी करा की, आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे दुसरी पट्टी पहिल्या पट्टीला कर्णरेषेच्या दिशेने A आणि B बिंदूत छेदेल. दोन्ही पट्ट्या M आणि N बिंदूत छेदतात असे मानू.



**पायरी 4** M आणि N जोडा  $\overline{MN}$  हा रेषाखंड  $\overline{AB}$  चा दुभाजक आहे का? मोजून तपासा. हा  $\overline{AB}$  चा लंबदुभाजक सुध्दा आहे का?  $\overline{AB}$  चा मध्यबिंदू कोठे आहे?

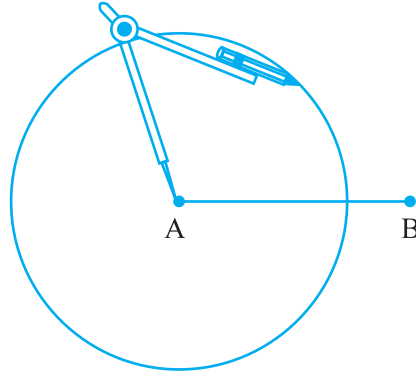


पट्टी व कंपासच्या मदतीने रचना करणे.

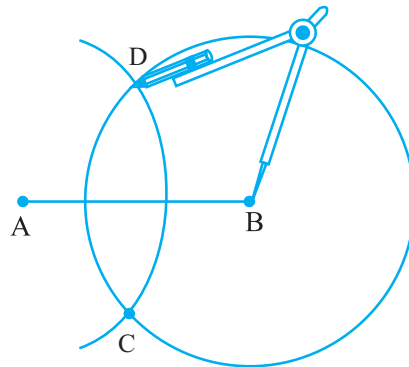
**पायरी 1** कोणत्याही लांबीचा एक रेषाखंड  $\overline{AB}$  काढा.



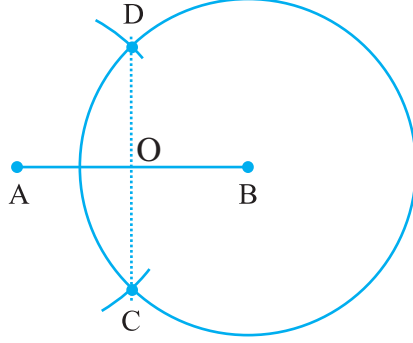
**पायरी 2** A ला केंद्र मानून, कंपासच्या मदतीने एक वर्तुळ काढा. वर्तुळाची त्रिज्या  $\overline{AB}$  च्या अर्ध्यापेक्षा जास्त पाहिजे.



**पायरी 3** B ला केंद्र मानून आणि पायरी 2 मधील त्रिज्या घेऊन कंपासच्या मदतीने एक दुसरे वर्तुळ काढा. समजा हे वर्तुळ पहिल्या वर्तुळास बिंदू C आणि D मध्ये छेदते.



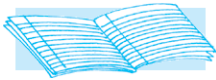
पायरी 4  $\overline{CD}$  काढा. हा  $\overline{AB}$  ला  $O$  मध्ये छेदतो.  $O$  बिंदू हा रेषाखंड  $\overline{AB}$  चा मध्यबिंदू आहे का? हे कर्कटकच्या मदतीने तपासून पहा. तसेच  $\angle COA$  आणि  $\angle COB$  हे काटकोन आहेत का ते पहा. तपासा रेषाखंड  $\overline{CD}$ , रेषाखंड  $\overline{AB}$  चा लंबदुभाजक आहे.



वरील रचनेमध्ये  $\overline{CD}$  निश्चित करण्यासाठी आपल्याला बिंदू  $C$  व बिंदू  $D$  ची आवश्यकता होती. बिंदू  $C$  व  $D$  मिळवण्यासाठी पूर्ण वर्तुळ काढण्याची आवश्यकता आहे का? हे दोन बिंदू मिळवण्यासाठी वर्तुळाचे दोन छोटे कंस काढल्यास पुरेसे होईल का? खरतरं, व्यवहारात आपण हेच करतो.

### प्रयत्न करा

पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने रचना करण्याच्या पायरी 2 मध्ये, जर त्रिज्या निम्त्यापेक्षा कमी घेतली तर काय होईल.



### उदाहरणसंग्रह 14.5

- 7.3 सेमी लांबीचा रेषाखंड  $\overline{AB}$  काढा आणि त्याचा सममिती अक्ष शोधा.
- 9.5 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढा आणि त्याचा लंबदुभाजक काढा.
- रेषाखंड  $\overline{XY}$  चा लंबदुभाजक काढा ज्याची लांबी 10.3 सेमी आहे.
  - या लंबदुभाजकावर कोणताही एक बिंदू  $P$  घ्या.  $PX = PY$  आहे का ते तपासा.
  - जर बिंदू  $M$  हा रेषाखंड  $\overline{XY}$  चा मध्यबिंदू असेल तर  $MX$  आणि  $MY$  यांच्याविषयी तुम्ही काय सांगाल?
- 12.8 सेमी लांबीचा एक रेषाखंड काढा. पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने त्याचे चार समान भाग करा. प्रत्यक्ष मोजून तपासा.
- 6.1 सेमी लांबीचा रेषाखंड  $\overline{PQ}$  काढा आणि नंतर  $\overline{PQ}$  व्यास मानून एक वर्तुळ काढा.
- केंद्र  $C$  आणि त्रिज्या 3.4 सेमी घेऊन एक वर्तुळ काढा. कोणतीही जीवा  $\overline{AB}$  काढा. या जीवा  $\overline{AB}$

चा लंब दुभाजक काढा. जीवा  $\overline{AB}$  चा लंबदुभाजक वर्तुळकेंद्र  $C$  मधून जातो का ते पहा.

7. जेव्हा  $\overline{AB}$  व्यास घेऊन प्रश्न क्र. 6 पुन्हा करा.
8. 4 सेमी त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा. वर्तुळाच्या कोणत्याही दोन जीवा काढा. दोन्ही जीवांचे लंबदुभाजक काढा. ते कोठे मिळतात ?
9. शिरोबिंदू  $O$  असलेला कोन काढा. त्याच्या एका भुजेवर बिंदू  $A$  आणि दुसऱ्या भुजेवर बिंदू  $B$  असा घ्या की,  $OA = OB$ .  $\overline{OA}$  आणि  $\overline{OB}$  चे लंबदुभाजक काढा. समजा बिंदू  $P$  मध्ये ते एकमेकांना छेदतात. तर  $PA = PB$  आहे का ?

## 14.5 कोन



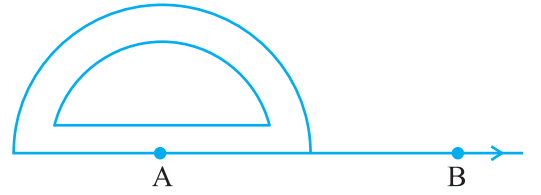
### 14.5.1 दिलेल्या मापाचा कोन काढणे.

समजा, आपल्याला  $40^\circ$  चा कोन काढायचा आहे. त्यासाठी पुढील पायऱ्या आहेत.

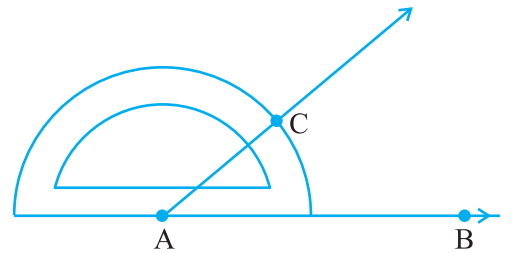
**पायरी 1** किरण  $\overline{AB}$  काढा.



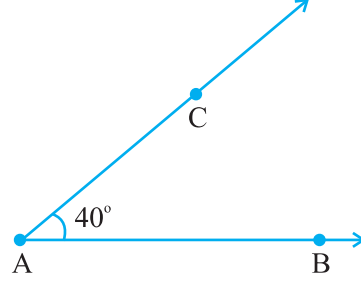
**पायरी 2** कोन मापकाचे केंद्र  $A$  या बिंदूवर अशाप्रकारे ठेवा की, कोनमापकावरील शून्याची बाजू ( $0^\circ-0^\circ$ ) किरण  $\overline{AB}$  शी जुळेल.



**पायरी 3**  $B$  बिंदूच्या बाजूकडील शून्यापासून सुरुवात करून  $40^\circ$  समोर बिंदू  $C$  लिहून खूण करा.



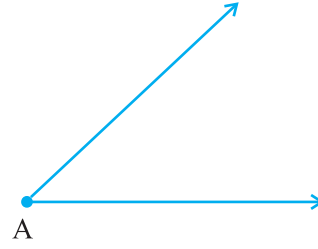
**पायरी 4** AC जोडून किरण AC काढा.  $\angle BAC$  हा इच्छित कोन आहे.



### 14.5.2 दिलेल्या कोनाएवढा कोन काढणे.

असे समजा की, तुम्हाला एक कोन दिला आहे. ज्याचे माप तुम्हाला माहीत नाही. आपल्याला या कोनाएवढा एक कोन काढायचा आहे. हे कसे करतात ते पाहू.

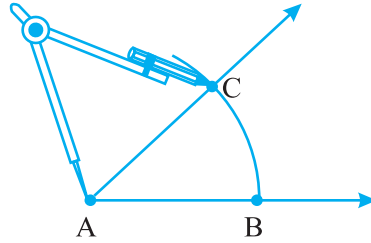
$\angle A$  दिला असून त्याचे माप माहीत नाही.



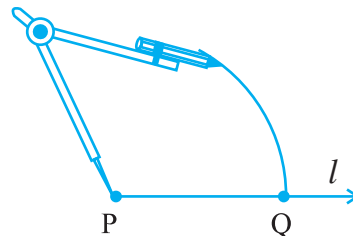
**पायरी 1** रेषा  $l$  काढा त्यावर एक बिंदू P स्थापा.



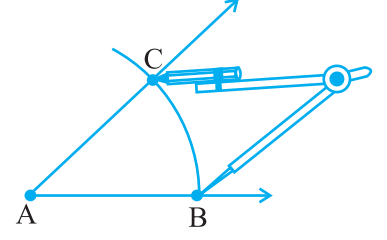
**पायरी 2** कंपासचे लोखंडी टोक A वर ठेवून, एक कंस काढा तो  $\angle A$  च्या भुजांना B आणि C मध्ये छेदतो.



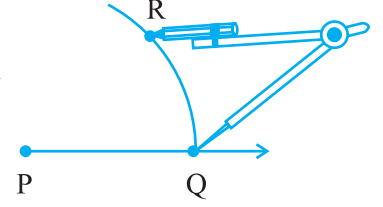
**पायरी 3** कंपासच्या टोकांमधील अंतर न बदलता, लोखंडी टोक P वर ठेवून असा कंस काढा की, जो रेषा  $l$  ला Q मध्ये छेदेल.



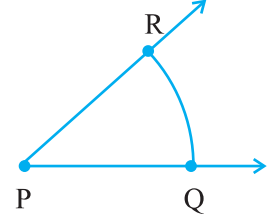
पायरी 4 कंपासमध्ये BC इतके अंतर घ्या.



पायरी 5 कंपासमधील अंतर न बदलता त्याचे लोखंडी टोक Q वर ठेवा आणि असा कंस काढा की जो पहिल्या चापास R मध्ये छेदेल.

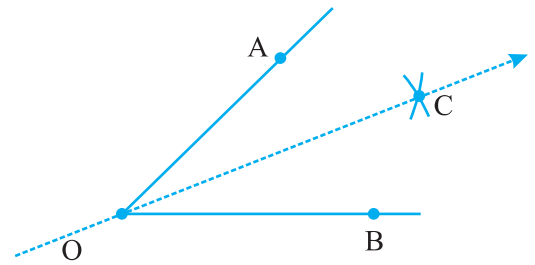


पायरी 6 PR जोडून किरण PR काढा. यामुळे  $\angle P$  मिळतो.  $\angle P$  हा इष्ट कोन आहे ज्याचे माप  $\angle A$  बरोबर आहे. याचा अर्थ असा आहे की,  $\angle QPR$  आणि  $\angle BAC$  चे माप सारखे आहे.



### 14.5.3 कोनाचा दुभाजक

कागदावर एक बिंदू स्थापित करा. O आरंभबिंदू घेऊन  $\overline{OA}$  आणि  $\overline{OB}$  असे दोन किरण काढा.  $\angle AOB$  तयार होतो या कागदाला असा दुमडा की, दुमडलेली खूण O मधून जाईल. तसेच किरण  $\overline{OA}$  आणि  $\overline{OB}$  परस्पर संपाती होतील. लक्षात ठेवा की OC पाशी दुमडलेली खूण कागद उघडल्यावर मिळेल.

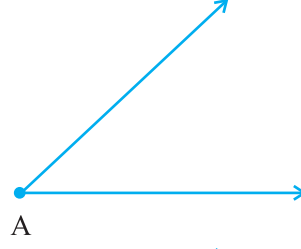


खरोखरच किरण OC हा  $\angle AOB$  चा सममिती अक्ष आहे.

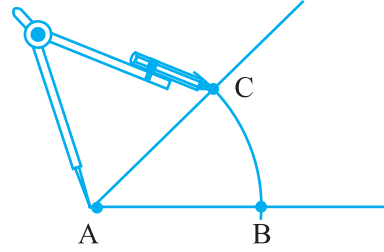
$\angle AOC$  आणि  $\angle COB$  मोजा ते समान आहेत? म्हणूनच OC कोन  $\angle AOB$  चा सममिती अक्ष आहे आणि  $\angle AOB$  दुभाजक आहे.



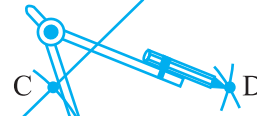
पट्टी आणि कंपासच्या सहाय्याने रचना करणे.  
असे समजा की  $\angle A$  दिला आहे.



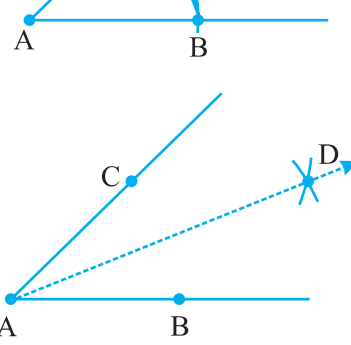
**पायरी 1** A ला केंद्र मानून कंपासच्या मदतीने एक कंस काढा की, जो  $\angle A$  च्या भुजांना B आणि C मध्ये छेदतो.



**पायरी 2** B ला केंद्र माना आणि BC च्या अर्ध्यापेक्षा जास्त त्रिज्या घेऊन एक कंस  $\angle A$  च्या अंतर्भागात काढा.



**पायरी 3** C ला केंद्र मानून आणि पायरी 2 मध्ये घेतलेली त्रिज्या घेऊन,  $\angle A$  च्या अंतर्भागात आणखी एक कंस काढा. समजा, हे दोन्ही चाप D मध्ये एकमेकांना छेदतात.  $\overline{AD}$  हा  $\angle A$  चा इष्ट दुभाजक आहे.



पायरी 2 मध्ये, जर आपण त्रिज्या BC च्या अर्ध्यापेक्षा कमी त्रिज्या घेतली, कोन तयार होईल का?

#### 14.5.4 विशिष्ट मापांचे कोन

काही विशिष्ट मापांचे कोन काढण्याच्या काही सुंदर आणि अचूक पद्धती आहेत. ज्यामध्ये कोनमापकाचा उपयोग केला जात नाही. त्यापैकी काहींची चर्चा आपण येथे करूया.

#### 60° कोनाची रचना

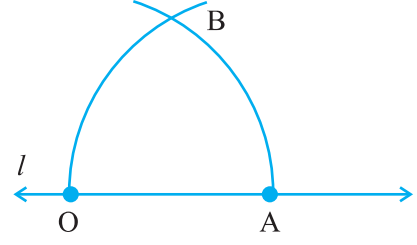
**पायरी 1** रेषा  $l$  काढा त्यावर बिंदू O स्थापना.



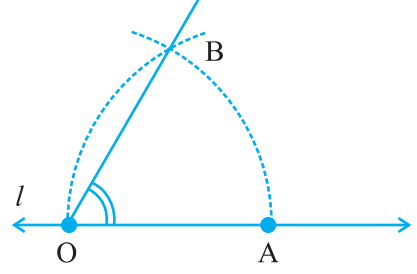
**पायरी 2** कंपासचे लोखंडी टोक O वर ठेवा आणि योग्य त्रिज्या घेऊन कंस काढा. जो रेषा  $l$  समजा बिंदू A मध्ये छेदतो.



**पायरी 3** आता कंसामध्ये तेज अंतर ठेवून, A केंद्र मानून, O बिंदूतून जाणारा कंस काढा.



**पायरी 4** समजा हे दोन्ही कंस परस्परांना B बिंदूत छेदतात. OB जोडून किरण OB काढा.  $\angle BOA$  हा  $60^\circ$  माप असलेला इष्ट कोन आहे.



**30° मापाच्या कोनाची रचना**

वर दर्शविल्यानुसार  $60^\circ$  कोनाची रचना करा. आता या कोनाचा दुभाजक काढा. प्रत्येक कोन  $30^\circ$  चा आहे. कोनमापकाच्या मदतीने रचना पडताळून पहा.

**प्रयत्न करा**

$15^\circ$  च्या कोनाची रचना तुम्ही कशी कराल?

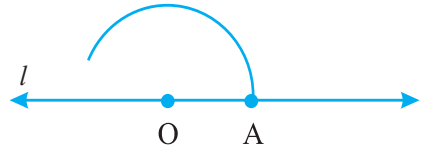
**120° कोनाची रचना**

$120^\circ$  चा कोन  $60^\circ$  कोनाच्या दुप्पट आहे यापेक्षा वेगळे काहीही नाही. म्हणून त्याची रचना पुढील प्रमाणे करता येईल.

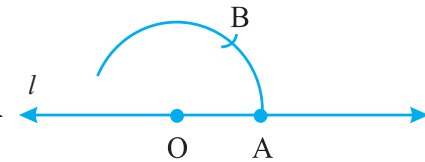
**पायरी 1** रेषा l काढून त्यावर एक बिंदू O घ्या.



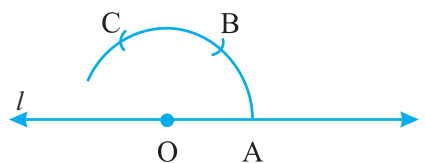
**पायरी 2** कंपासचे लोखंडी टोक O वर ठेऊन योग्य त्रिज्या घेऊन एक कंस असा काढा की जो रेषा l ला A मध्ये छेदेल.



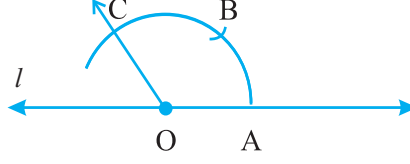
**पायरी 3** कंपासमध्ये घेतलेले अंतर न बदलता आणि A ला केंद्र मानून एक कंस काढा. पहिल्या चापाला तो B मध्ये ठेवतो.



**पायरी 4** पुन्हा कंपासमध्ये घेतलेले अंतर न बदलता आणि B ला केंद्र मानून एक कंस काढा. जो चाप पहिल्या कंसास C मध्ये छेदतो.



पायरी 5 OC जोडून किरण OC काढा. आता  $\angle COA$  हा  $120^\circ$  मापाचा कोन तयार झाला.



प्रयत्न करा

$150^\circ$  कोनाची रचना तुम्ही कशाप्रकारे कराल ?

**90° कोनाची रचना**

आधी चर्चा केल्याप्रमाणे, एका रेषेवर तिच्यावरील बिंदूतून एक लंब काढा. हा हवा असलेला  $90^\circ$  चा कोन आहे.

प्रयत्न करा

$45^\circ$  कोनाची रचना तुम्ही कशाप्रकारे कराल ?



### उदाहरणसंग्रह 14.6

- $75^\circ$  मापाचा  $\angle POQ$  काढा आणि त्याचा सममिती अक्ष दाखवा.
- $147^\circ$  मापाचा एक कोन काढून त्याचा कोनदुभाजक दाखवा.
- काटकोन त्रिकोण काढा आणि त्याच्या दुभाजकाची रचना करा.
- $153^\circ$  चा कोन काढून त्याचे समान चार भाग करा.
- पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने पुढील मापाचे कोन काढा.  
(a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$  (e)  $45^\circ$  (f)  $135^\circ$
- $45^\circ$  चा एक कोन काढून त्याचे दोन समान भाग करा.
- $135^\circ$  चा एक कोन काढून तो दुभागा.
- $70^\circ$  चा एक कोन काढा. पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने त्याच्या एवढाच कोन काढा.
- $40^\circ$  चा एक कोन काढा. त्याच्या पूरक कोनाएवढा कोन काढा.

### आपण काय चर्चा केली ?

या प्रकरणात, भूमितीय आकृत्या काढण्याच्या विविध पद्धती सांगितल्या आहेत.

- आकृत्या काढण्यासाठी, आपण भूमिती पेटी मधील पुढील साधनांचा उपयोग करतो.
  - पट्टी
  - कंपास
  - कर्कटक
  - गुण्या
  - कोनमापक

2. पट्टी आणि कंपासच्या मदतीने पुढील रचना करता येतात.

- (i) त्रिज्येची लांबी दिली असताना वर्तुळ काढणे.
- (ii) दिलेल्या लांबीचा रेषाखंड काढणे.
- (iii) रेषाखंडाची प्रतिकृती तयार करणे.
- (iv) रेषेवर बिंदूतून लंब काढणे, जेव्हा बिंदू :
  - (a) रेषेवर आहे.                      (b) रेषेवर नाही.
- (v) दिलेल्या लांबीच्या रेषाखंडाचा लंबदुभाजक काढणे
- (vi) दिलेल्या मापाचा कोन काढणे
- (vii) दिलेल्या कोनाएवढा कोन काढणे.
- (viii) दिलेल्या कोनाचा दुभाजक काढणे
- (ix) काही विशिष्ट मापाचे कोन काढणे. जसे :
  - (a)  $90^\circ$       (b)  $45^\circ$       (c)  $60^\circ$       (d)  $30^\circ$       (e)  $120^\circ$       (f)  $135^\circ$

